

TMU #61-B ノイズスペクトル (2001年6月上旬)

森田 うめ代

2001年6月21日

1 理論

TES とシャントの抵抗値をそれぞれ R 、 R_s 、バイアス電流を I_b 、TES とシャントに流れる電流を i_{tes} 、 i_s とする。ここで、 $I_b = i_{tes} + i_s$ 、 $i_{tes}R = i_sR_s$ である。また、この TES のジュール発熱量と熱浴へ流れる熱量のつり合いの式は、TES の温度を T 、シャントの温度を T_s とすると、

$$i_{tes}^2 R = \frac{G_0}{n} (T^n - T_s^n) \quad (1)$$

である。以上より、 G_0 を求めると

$$G_0 = \frac{4I_b^2 R R_s^2}{(R + R_s)^2 (T^n - T_s^n)} \quad (2)$$

となる。よって熱伝導度 G は

$$G = G_0 T^{n-1} = \frac{4I_b^2 R R_s^2}{(R + R_s)^2 (T^n - T_s^n)} T^{n-1} \quad (3)$$

と求められる。

1.1 ジョンソンノイズ

系のループゲイン \mathcal{L} は温度計感度を α とすると、

$$\mathcal{L} = \alpha \left\{ 1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n \right\} \quad (4)$$

となるので、補正後ループゲインは

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\alpha}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n \right\} \left(1 - \frac{2}{1 + \frac{R}{R_s}} \right) \quad (5)$$

となる。

これを用いるとジョンソンノイズは

$$\delta I_J^2(\omega) = \frac{4k_B T R + 4k_B T_s R_s}{(R + R_s)^2} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_1 + 1} \right)^2 \frac{1 + \tau_0^2 \omega^2}{1 + \tau_{eff}^2 \omega^2} \quad (6)$$

となる。ここで、

$$\tau_0 = (\mathcal{L}_1 + 1) \tau_{eff} \quad (7)$$

を用いて時定数 τ_0 を求める。また、 k_B はボルツマン定数 $= 1.38 \times 10^{-23}$ [J/K] である。

1.2 フォノンノイズ

フォノンノイズは

$$\delta I_P^2(\omega) = 4k_B G T^2 \Gamma \left(\frac{R_S + R}{I_b R_s R} \right)^2 \left(\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_1 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \tau_{eff}^2 \omega^2} \quad (8)$$

となる。ここで、

$$\Gamma = \frac{n}{2n + 1} \frac{1 - \theta^{-(2n+1)}}{1 - \theta^n} \quad (9)$$

ただし、 $\theta = \frac{T}{T_s}$ である。

2 見積もり

今回の実験では 3.088 m Ω のシャント抵抗を用いて測定を行った。また、このレポートでは温度計感度 α を 250、定数 $n = 4$ として見積もりを行っている。

表 1: パラメータ

シャント抵抗 R_s [m Ω]	3.088
温度計感度 α	250
定数 n	4

熱浴の温度を 230 mK、220 mK、180 mK と変化させ、その各々の温度について電池 box でバイアスを変化させ、ノイズスペクトルを取得した。

その時のバイアス電流の値と実験により得られたカロリメータの特性、また上述の式を用いて見積もられたジョンソンノイズとフォノンノイズについてまとめたものを表 2 に示す。 I_b と R の関係は ETF 特性を行うことにより得られ、RT 測定の結果より T が得られる (広池さんの TMU # 61-B X 線パルス取得実験レポート参照)。 τ_{eff} については、横川オシロによるノイズ測定によって得られる平均パルスから得られる。

超電導状態 (バイアス目盛を 0 とした時の測定) におけるジョンソンノイズについては (6) 式より

$$\delta I_J^2(\omega) = \frac{4k_B T R + 4k_B T_s R_s}{(R + R_s)^2} \quad (10)$$

を用いて計算を行った。また、 $T_s = 220$ mK でバイアス目盛が 900 の場合にも上式を用いた。

3 ノイズスペクトル

以上の結果から、理論的に見積もられたフォノンノイズとジョンソンノイズを実験で FFT アナライザで取得したノイズスペクトルと横河オシロで取得したものとをあわせて以下に示す。

FFT アナライザで取得したノイズスペクトルについては、 ~ 100 Hz、 ~ 1.6 kHz、 ~ 12.8 kHz、 ~ 100 kHz までの測定の結果を色分けして表している。また、横河オシロのノイズスペクトルが黒線、点線が理論的に予想される値を示している。

表 2: 実験結果と計算結果

T_s [mK]	バイアス目盛	I_b [μA]	R [$\text{m}\Omega$]	τ_{eff} [ms]	T [mK]	\mathcal{L}	G [W/K]	$I_J(\omega \rightarrow \infty)$ [$\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$]	$I_P(\omega = 0)$ [$\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$]
230	0	0	0	0	0		0	1.03×10^{-5}	
	280	206	28.19	4.244	240.47	12.70	1.19×10^{-9}	3.29×10^{-5}	6.29×10^{-6}
	360	261	46.61	3.888	240.77	11.94	1.22×10^{-9}	2.61×10^{-5}	8.71×10^{-6}
	540	388	91.64	5.666	240.18	11.56	1.41×10^{-9}	1.90×10^{-5}	1.07×10^{-5}
220	0	0	0	0	0		0	1.00×10^{-5}	
	320	248	20.70	4.107	242.44	27.18	1.10×10^{-9}	3.77×10^{-5}	4.20×10^{-6}
	380	293	29.70	3.639	240.75	23.31	1.24×10^{-9}	3.12×10^{-5}	4.20×10^{-6}
	540	413	60.93	3.443	241.28	21.36	1.30×10^{-9}	2.30×10^{-5}	3.15×10^{-6}
	620	477	83.04	4.594	241.52	20.98	1.29×10^{-9}	1.99×10^{-5}	2.73×10^{-6}
	900	741	97.58		260	32.45	1.59×10^{-9}	1.91×10^{-5}	
180	0	0	0	0	0		0	9.08×10^{-5}	
	580	434	22.48	3.073	240.43	56.52	1.50×10^{-9}	3.59×10^{-5}	1.22×10^{-6}
	700	532	36.92	2.773	240.75	50.81	1.50×10^{-9}	2.89×10^{-5}	1.06×10^{-6}

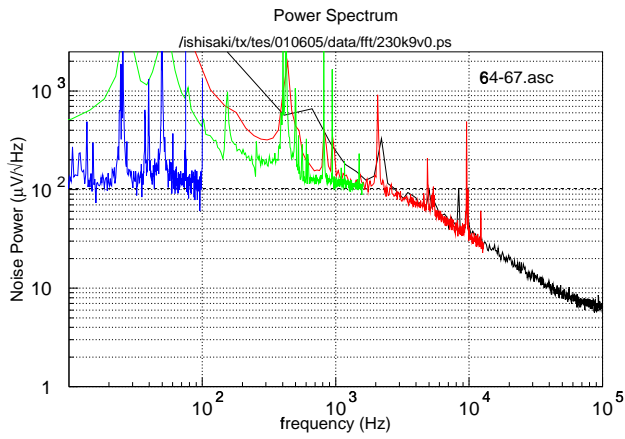


図 1: 230k9v0

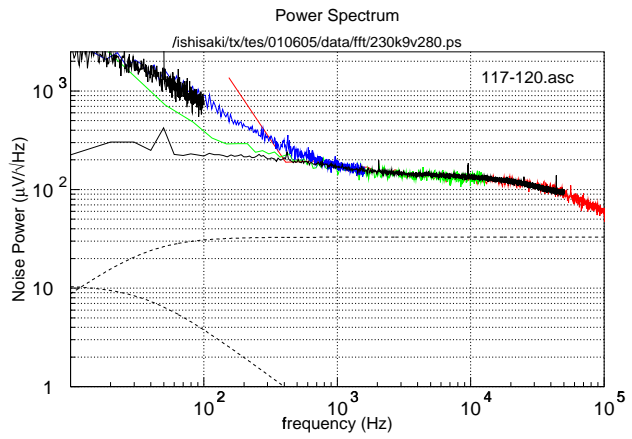


図 2: 230k9v280

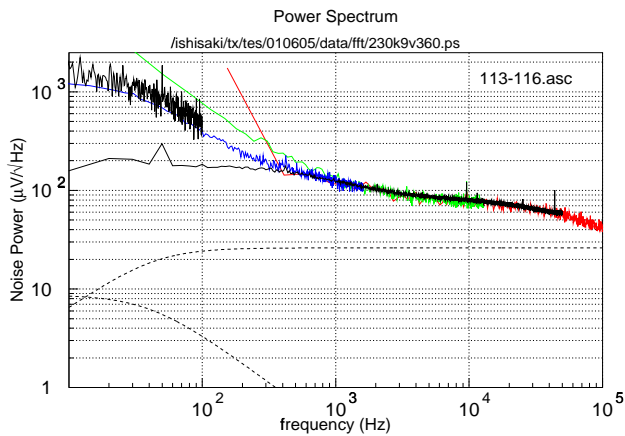


図 3: 230k9v360

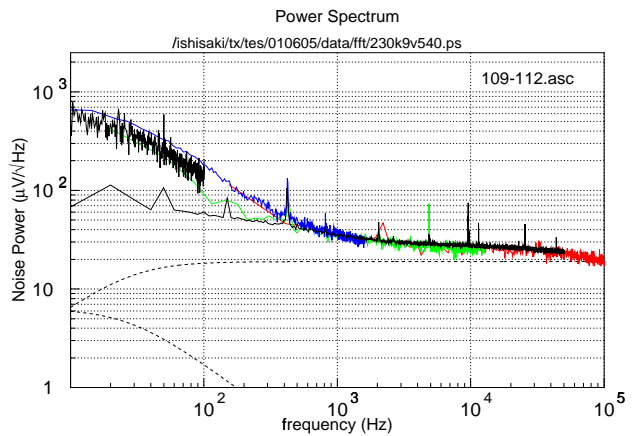


図 4: 230k9v540

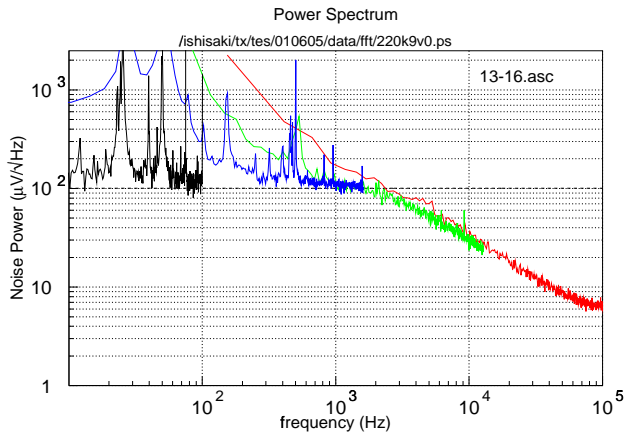


図 5: 220k9v0

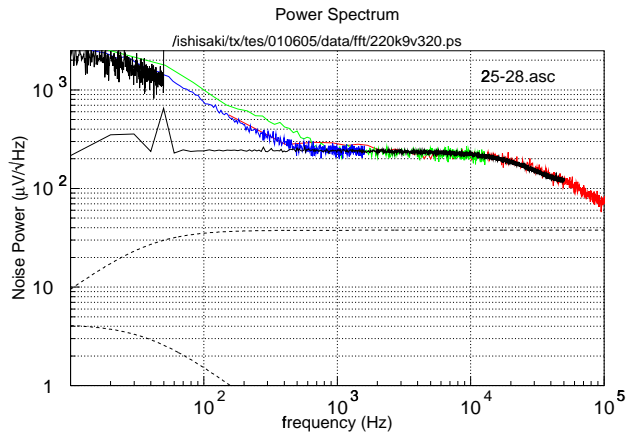


図 6: 220k9v320

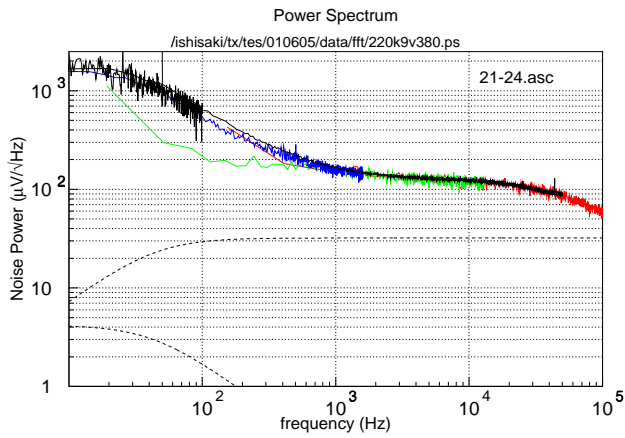


図 7: 220k9v380

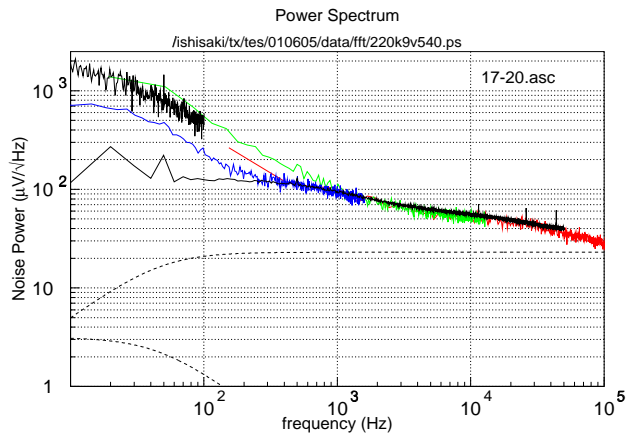


図 8: 220k9v540

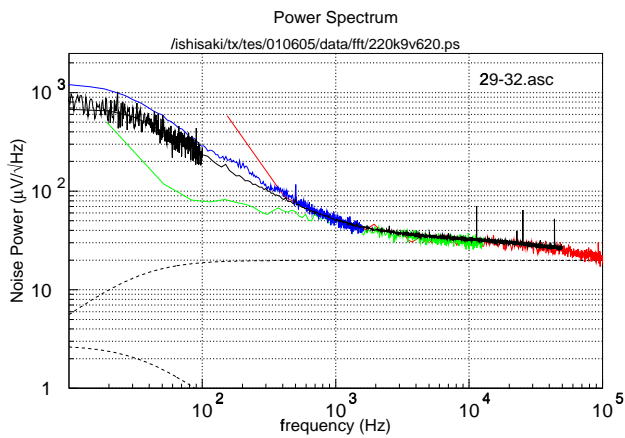


図 9: 220k9v620

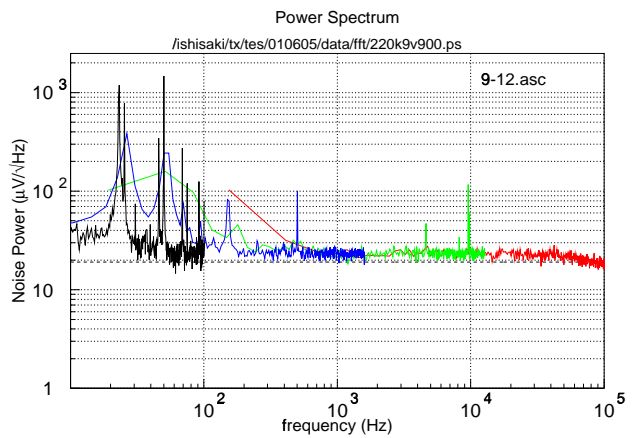


図 10: 220k9v900

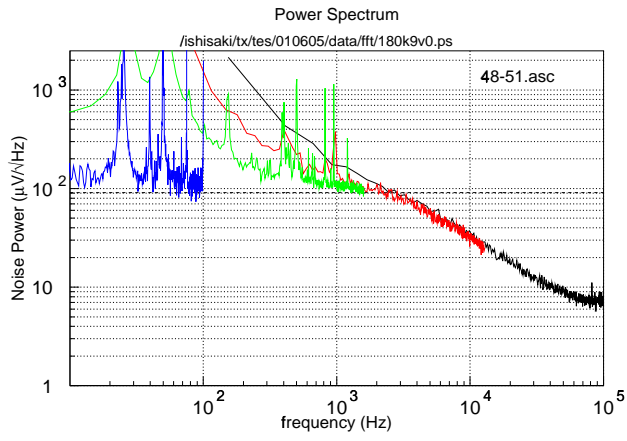


図 11: 180k9v0

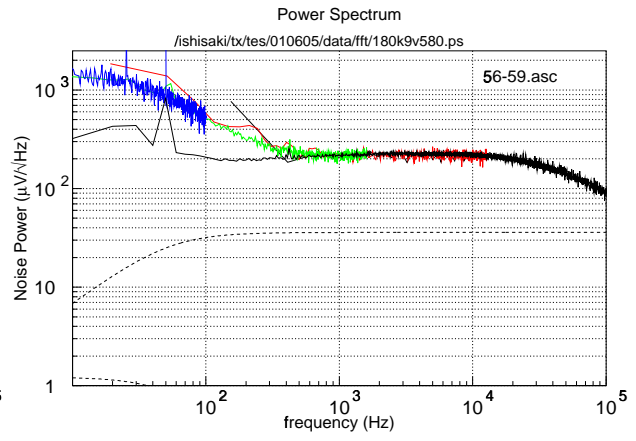


図 12: 180k9v580

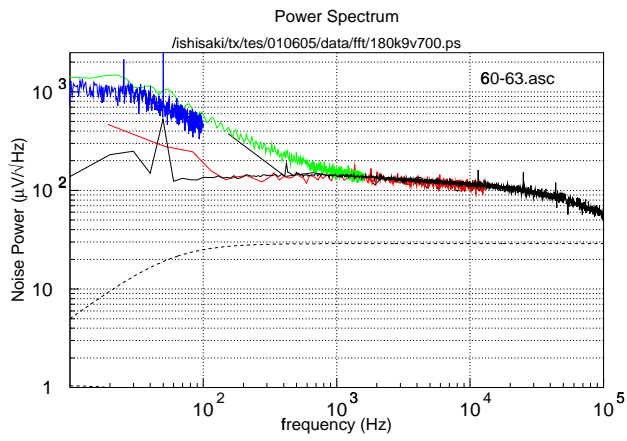


図 13: 180k9v700