

修士論文

The master thesis

TES 型 X 線マイクロカロリメータの応答特性の研究
Study of the response of
the TES X-ray microcalorimeter

東京都立大学 大学院 理学研究科 物理学専攻

宇宙物理実験研究室

森田 うめ代

Experimental Astrophysics Laboratory

Department of Physics, Tokyo Metropolitan University

Umeyo Morita

3 May 2003

CONTENTS

1	INTRODUCTION	11
1.1	Purpose of This Paper	11
1.2	Superconducting Transition-Edge Sensor (TES) Calorimeter	12
1.2.1	Energy resolution	12
1.2.2	X-ray microcalorimeter	13
1.2.3	TES : Transition-Edge Sencsor	14
2	PRINCIPLE OF THE TES CALORIMETER	17
2.1	Superconductivity	17
2.2	Basic Parameters	18
2.2.1	Heat capacity C	18
2.2.2	Thermal conductance G	19
2.3	Operation of TES Calorimeter	21
2.3.1	ETF: Electro-Thermal Feedback	21
2.3.2	Effective time constant τ_{eff} under ETF	21
2.3.3	ETF diagram	23
2.3.4	Formulation of ETF as a feedback	24
2.3.5	Current responsivity	25
2.3.6	Actual responce	26
2.4	Intrinsic Noise	28
2.4.1	Phonon noise	28
2.4.2	Johnson noise	29
2.5	Responce in Actual Curcuit	30
2.5.1	Current responsivity	31
2.5.2	Pulse spectrum	33
2.5.3	Noise spectrum	33
2.6	Digital Filter Process	36
2.6.1	Optimum filter	36
2.7	Energy Resolution	38
2.7.1	Intrinsic Energy Resolution	38
2.7.2	Contribution of the readout noise	39
2.7.3	Contribution of the bath temperature fluctuation	40

3	SII-14b CALORIMETER	43
3.1	Size and Structure	43
3.2	Heat Capacity	43
4	EXPERIMENTAL SETUP AND MEASUREMENT ENVIRONMENT	47
4.1	Refrigerator	47
4.1.1	Dilution refrigerator	47
4.1.2	ADR : Adiabatic Demagnetization Refrigerator	49
4.2	SQUID : Superconducting QUantum Interference Device	50
4.2.1	SQUID noise	51
4.3	X-ray Source	52
4.3.1	^{55}Fe isotope	52
4.3.2	X-ray generater	52
4.4	Experimental setup	53
4.4.1	At TMU	53
4.4.2	At LLNL	59
5	PERFORMANCE ANALYSES	63
5.1	R - T Properties	63
5.1.1	R - T properties with a constant current	63
5.1.2	R - T properties with a constant voltage bias	64
5.1.3	TES sensitivity α	66
5.1.4	Estimations	67
5.1.5	PH and NL in R - T measurements with a constant voltage bias	68
5.2	ETF Properties at TMU	70
5.2.1	Principles of ETF measurements	70
5.2.2	Measurements of NL , PH , and S/N	71
5.2.3	Calculations of thermal conductance G	72
5.2.4	Calculations of sensitivity α	73
5.2.5	Calculations of heat capacity C	74
5.3	IV Measurements at LLNL	75
5.3.1	Determinations of R_s and R_p	75
5.3.2	R - I and V - I relations	77
5.3.3	Calculations of thermal conductance G	77
5.3.4	Calculations of sensitivity α	78
5.4	Pulse Analysis	81
5.4.1	PH changes by magnetic shield	81
5.4.2	PH changes by magnetic fields	83
5.4.3	R dependence of PH	84
5.5	Noise Analysis	86
5.5.1	Noise reduction by low-pass filter	86

5.5.2	Readout noise	86
5.5.3	Excess noise	87
5.5.4	Noise changes by X-ray irradiation	92
5.6	Properties of The X-ray Response	96
5.6.1	Changes of the energy resolution by measurement conditions	96
5.6.2	Energy spectra	99
5.6.3	Contents of the energy resolution	106
5.6.4	Comparison between TMU and LLNL	108
5.6.5	Operating point dependence of the energy resolution	111
5.6.6	Compensation of PH linearity	122
6	CONCLUSION	131
6.1	TMU Results	131
6.1.1	Dependence of α on magnetic environment	131
6.1.2	Contents of energy resolution	131
6.2	LLNL Results	132
6.2.1	Contents of energy resolution	132
6.2.2	Operating point dependence of the energy resolution	132
6.2.3	Energy dependence of the pulse	132
6.3	Comparison between the TMU and LLNL measurements	133
6.4	Future Prospects	133
A	LISTS OF MEASUREMENT RESULTS	137
A.1	TMU Result	137
A.2	LLNL Results	141
A.2.1	Average pulse	151
A.2.2	Linearity correction by fourth order polynomial	160
A.2.3	Energy resolution after correction by fourth order polynomial (Likelihood fitting).	162
B	X-RAY ENERGIES AND NATURAL WIDTHS	163
C	ACKNOWLEDGEMENT	165

List of Figures

1.1	The Astro-E2 satellite	11
1.2	カロリメータの構造	13
1.3	TES の R-T 曲線 (模式図)	15
2.1	超伝導状態と常伝導状態での電子比熱の比較	20
2.2	定電圧バイアスによる TES 駆動回路	21
2.3	ETF ダイアグラム	23
2.4	フィードバック回路図 1	24
2.5	フィードバック回路図 2	24
2.6	ノイズの寄与を入れた ETF ダイアグラム	28
2.7	ETF のもとでの電流性ノイズ密度	30
2.8	TMU での TES 駆動回路	31
2.9	LLNL での TES 駆動回路	31
2.10	パラシティック抵抗 R_p の寄与がある場合の ETF ダイアグラム	31
2.11	ノイズの寄与を含めた ETF ダイアグラム	34
2.12	dV_b が入力される場合のフィードバック回路	35
3.1	SII-14b 顕微鏡写真	44
3.2	SII-14 断面図	44
3.3	SII-14 カロリメータ	44
3.4	RT カーブと熱容量 C	46
4.1	希釈冷凍機の内部模式図	48
4.2	IVC 内部の構造	48
4.3	希釈冷凍器と組み込み写真	49
4.4	ADR 内部の模式図	50
4.5	ADR の内部構造	50
4.6	SQUID 顕微鏡写真	51
4.7	FRP 実装基盤上の配線図	51
4.8	サファイアカロリメータを付けた SII-14b カロリメータ	53
4.9	LLNL で使用した ADR と X 線発生装置	53
4.10	カロリメータホルダの設計図	54
4.11	動作時のバイアス電源回路	54
4.12	超伝導磁気シールド	55

4.13	バイアス電源からの回路図	56
4.14	1K ステージにはんだ付けした $1.0 \mu\text{F}$ のコンデンサ	56
4.15	コモンモードフィルタ BOX 内部	56
4.16	カットオフ周波数の計算回路図	56
4.17	周波数スキャン結果	58
4.18	切断後の SII-14 顕微鏡写真	59
4.19	マウント後の SII-14	59
4.20	ディテクターステージ	60
4.21	SQUID	60
4.22	カロリメータ組み込み後	60
5.1	SII-14 RT カーブ	64
5.2	SII-24 RT カーブ	65
5.3	様々な条件の下での RT カーブ	66
5.4	RT 特性取得時の TES に流れる電流変化	67
5.5	TES の臨界電流	67
5.6	RT カーブから求めた α の抵抗依存性	68
5.7	RT 測定時の PH と NL	69
5.8	ETF 特性 (1)	71
5.9	I_b-T_s 関係	72
5.10	ETF 特性 (1)	73
5.11	R と 熱容量 C の関係	74
5.12	LLNL ETF 特性	76
5.13	IV 特性	76
5.14	$T_s = 100 \text{ mK}$ における $R-I$ 関係	77
5.15	$T_s = 100 \text{ mK}$ における $V-I$ 関係	77
5.16	すべての熱浴温度での $R-I$ 関係のプロット。	78
5.17	すべての熱浴温度における IV 特性	78
5.18	G_0, n, T のフィッティング結果	79
5.19	LLNL で得られた $R-T$ 関係	79
5.20	LLNL で測定した $R-I$ 関係から求めた $R-\alpha$ の関係	80
5.21	PH の変化	81
5.22	α の変化	82
5.23	\mathcal{L}_0 の変化	82
5.24	RT 測定による温度計の感度	82
5.25	シールドなしの場合の PH の抵抗依存性	83
5.26	PH の変化	84
5.27	α の変化	85
5.28	\mathcal{L}_0 の変化	85
5.29	コンデンサによるノイズ削減	86

5.30	都立大の読みだし系ノイズスペクトル	88
5.31	LLNL の読みだし系ノイズスペクトル	88
5.32	ノイズレベルの抵抗依存性	90
5.33	磁場を平行にかけたときのノイズレベルの抵抗依存性	90
5.34	電流変化によるノイズレベルの抵抗との関係	91
5.35	NL 測定時の I の関係	91
5.36	ノイズレベルの抵抗依存性	91
5.37	都立大での X 線照射時と照射しない状態のノイズスペクトル	93
5.38	パルス開閉でのノイズの変化	94
5.39	都立大でのベースラインの変化	96
5.40	印加磁場と PH の関係	97
5.41	印加磁場と分解能	97
5.42	パルススペクトルのカウントレート依存性とノイズスペクトル	98
5.43	PHA スペクトル (TMU)	101
5.44	エネルギーとパルスハイトの関係の補正 (TMU)	101
5.45	$Mn-K\alpha$ エネルギースペクトル (TMU)	102
5.46	$Mn-K\beta$ エネルギースペクトル (TMU)	102
5.47	ベースラインのゆらぎのエネルギースペクトル (TMU)	103
5.48	熱浴の温度ゆらぎ	103
5.49	エネルギースペクトル (LLNL)	104
5.50	エネルギーとパルスハイトの関係の補正 (LLNL)	104
5.51	Al エネルギースペクトル (LLNL)	105
5.52	Cr エネルギースペクトル (LLNL)	105
5.53	Fe エネルギースペクトル (LLNL)	105
5.54	ベースラインのゆらぎのエネルギースペクトル (LLNL)	105
5.55	パルススペクトルとノイズスペクトル (TMU)	106
5.56	パルススペクトルとノイズスペクトル (LLNL)	106
5.57	X 線パルス波形の比較 (TMU,LLNL)	109
5.58	カロリメータ動作時のノイズスペクトル (TMU)	112
5.59	カロリメータ動作時のノイズスペクトル (LLNL)	112
5.60	$R = 36 \text{ m}\Omega$ のエネルギースペクトル	114
5.61	$R = 32 \text{ m}\Omega$ のエネルギースペクトル	115
5.62	$V_b = 295 \text{ mV}$ の動作点での $R-\alpha$ の関係。	116
5.63	$V_b = 285 \text{ mV}$ の動作点での $R-\alpha$ の関係。	116
5.64	$R = 36 \text{ m}\Omega$ の分解能の見積もり	117
5.65	$R = 32 \text{ m}\Omega$ の分解能の見積もり	118
5.66	Poisson Likelihood フィットのときのエネルギースペクトル	119
5.67	Poisson Likelihood フィットのときのエネルギースペクトル	119
5.68	R 対 エネルギー分解能との関係	121
5.69	$R + dR$ 対 エネルギー分解能との関係	121

5.70 R 対 パルスのばらつきの寄与との関係	121
5.71 $R + dR$ 対 パルスのばらつきの寄与との関係	121
5.72 平均化した R 対 α の関係	122
5.73 R 対 NL の関係	122
5.74 補正後の PHM_n の割合	123
5.75 平均パルス	126
5.76 IV から求めた α	127
5.77 Al、Cr、Fe の時定数	128
5.78 a/b と抵抗の関係	128
5.79 4次関数でフィットした E と PH の関係	129
A.1 ETF 特性 (1)	140
A.2 $V_b = 391$ mV	145
A.3 $V_b = 381$ mV	145
A.4 $V_b = 371$ mV	146
A.5 $V_b = 362$ mV	146
A.6 $V_b = 353$ mV	146
A.7 $V_b = 343$ mV	147
A.8 $V_b = 334$ mV	147
A.9 $V_b = 325$ mV	147
A.10 $V_b = 315$ mV	148
A.11 $V_b = 305$ mV	148
A.12 $V_b = 295$ mV	148
A.13 $V_b = 285$ mV	149
A.14 $V_b = 274$ mV	149
A.15 $V_b = 264$ mV	149
A.16 $V_b = 254$ mV	150
A.17 $V_b = 247$ mV	150
A.18 $V_b = 240$ mV	150
A.19 average pulses 1	151
A.20 average pulses 2	152
A.21 average pulses 3	153
A.22 average pulses 4	154
A.23 average pulses 5	155
A.24 average pulses 6	156
A.25 average pulses 7	157
A.26 average pulses 8	158
A.27 average pulses 9	159
A.28 Relations between energy and pulse height fitted by fourth order polynomial. (1)	160
A.29 Relations between energy and pulse height fitted by fourth order polynomial. (2)	161

List of Tables

2.1	主な物質の転移温度 T_c と臨界磁場 H_c	18
3.1	SII14 の物質パラメータ	45
3.2	Heat capacity of the TES	45
3.3	Heat capacity of wires	45
3.4	Heat capacity of the membrane	45
4.1	400-SSA SQUID 素子パラメータ	51
4.2	周波数スキャンのデータ取得条件	58
4.3	都立大での測定条件	59
5.1	RT 測定の測定条件と測定環境	65
5.2	ETF 測定の測定条件と測定環境	71
5.3	カロリメータ動作時の設定パラメータ	72
5.4	LLNL での測定の設定パラメータ	73
5.5	LLNL での IV 測定の設定パラメータ	75
5.6	磁場の印加による PH の変化	84
5.7	常伝導時の動作パラメータ	87
5.8	常伝導時のノイズスペクトルデータ取得の設定	87
5.9	ノイズレベルの見積もりに使用したパラメータ	89
5.10	X 線照射時と照射しない状態のノイズスペクトルのデータ取得条件	92
5.11	バルブ開閉時のノイズスペクトル取得のデータ取得条件	93
5.12	X 線ジェネレータバルブ開閉時の DC オフセットの変化	94
5.13	ジェネレータ強度を変えたときの DC オフセットの変化	94
5.14	DC オフセット変化時の TES の温度変化	95
5.15	エネルギー分解能のカウントレート依存性	98
5.16	動作パラメータと計算結果	99
5.17	カットオフ周波数とエネルギー分解能	102
5.18	エネルギー分解能内訳	107
5.19	$R \sim 43\text{m}\Omega$ の動作パラメータ	108
5.20	$R \sim 43\text{m}\Omega$ の動作点での α	110
5.21	エネルギー分解能	113
5.22	動作パラメータ	114
5.23	X 線パルスから見積もった抵抗変化	115

5.24	$R + dR$ に対応するデータの動作点の動作パラメータ	115
5.25	感度 α の見積もり	116
5.26	エネルギー分解能 (実測)	118
5.27	エネルギー分解能 (見積もり)	118
5.28	入射エネルギーに対する平均 α の変化	127
5.29	4 次関数補正の結果得られたエネルギー分解能	129
6.1	動作パラメータとエネルギー分解能内訳	135
6.2	動作パラメータとエネルギー分解能内訳	136
A.1	TMU RT 特性結果 (020818)	137
A.2	TMU ETF 特性結果 (020818)	138
A.3	TMU ETF 特性結果 (020818)	138
A.4	個々の動作点におけるエネルギー分解能	139
A.5	LLNL IV 特性結果	141
A.6	LLNL で得られた X 線パルスハイト MAX	141
A.7	LLNL で得られた X 線パルスハイト $PMAX$	142
A.8	LLNL で得られた X 線パルスの有効時定数 τ_{eff}	142
A.9	LLNL で得られたノイズスペクトルのノイズレベル NL	143
A.10	LLNL エネルギー分解能 (300 kHz cutoff)	143
A.11	X 線入射時の抵抗変化と電流変化	144
A.12	IV 特性から見積もった α	144
A.13	Energy resolution after correction by fourth order polynomial (Likelihood fitting)	162
B.1	$K\alpha$, $K\beta$ emission lines	163

Chapter 1

INTRODUCTION

1.1 Purpose of This Paper

X線天文学は、1962年のアメリカの Giacconi らによる月面で反射した太陽 X 線を観測しようというロケット実験で、いままで知られていなかった X 線源 (Sco X-1) を偶然発見したことから始まる。宇宙から地球にやって来る X 線は、地球大気に吸収され地上に届くことはなく、検出器を大気圏外にだすことではじめて観測できる。以後、40年ほどの間に世界各国から 20 機以上の X 線天文衛星が打ち上げられた。日本も 4 台の衛星を打ち上げ、これにより X 線天文学のみならず宇宙物理学全体にわたって大きな発展をもたらした。この間に、打ち上げられる X 線検出器の改良が続けられてきたことはいうまでもなく、X 線天文学は検出器の性能の向上とともに進歩してきたともいえる。

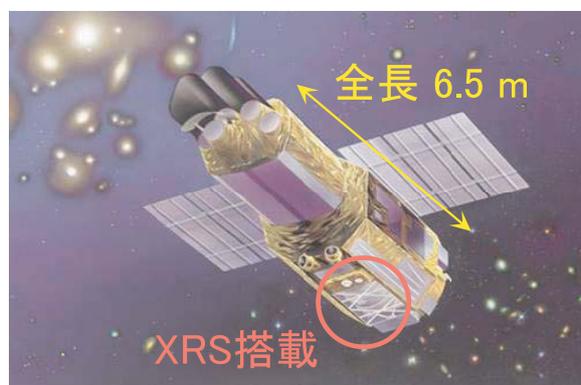


Fig. 1.1: The Astro-E2 satellite

日本では、1979年に日本初の X 線天文衛星「はくちょう」が打ち上げられ、その後「てんま」、「ぎんが」、「あすか (ASCA)」と 4 つの衛星が打ち上げられ、多くの成果を挙げてきている。また、2005 年には Astro-E2 衛星の打ち上げも予定されている。この X 線天文衛星 Astro-E2 に搭載予定の半導体カロリメータ (6×6 ピクセル) は、5.9 keV の X 線に対し ~ 6 eV のエネルギー分解能を持ち、X 線天文学の新時代を開くものの、視野が約 $3'$ と狭く今後広い視野をもつ X 線分光検出器の開発が必須である。TES 型 X 線カロリメータは、理論的には ~ 1 eV の分解能が達成可能であり、世界的には SRON で 5.9 keV に対して 4.1 eV の分解能が報告されている [1], [2]。また電熱フィードバック機構によりパルスの時定数が短縮され、理想的には ~ 1000 c/s の高計数率にも耐えられる。従って産業計測・医療等への応用も期待され、天文学以外の広い分野からも注目を集めている。本研

究では、次世代 X 線天文衛星搭載を目指し (e.g. NeXT)、Astro-E2 を越える高エネルギー分解能と高検出効率を合わせ持ち、さらに 32×32 ピクセルを目標としてイメージングセンサーとなりうる高分解能撮像分光器開発を進める [3]、[4]。これは、TES 型マイクロカロリメータによって実現可能である。現在、Ti/Au 二層薄膜の TES を用いたカロリメータのエネルギー分解能の向上を第一目標として研究を行っている。

本論文は、開発のなかで単素子で最高記録の分解能を達成した素子について、測定環境を変えたときの特性の変化や、広いエネルギー範囲にわたっての TES カロリメータの X 線特性などを議論し、さらなるエネルギー分解能の向上につなげるものである。

1.2 Superconducting Transition-Edge Sensor (TES) Calorimeter

ここでは、TES 型マイクロカロリメータについて簡単な紹介を行うためにエネルギー分解能、カロリメータなどの基本的な説明を行う。TES 型マイクロカロリメータの原理は、2 章で詳しく行う。

1.2.1 Energy resolution

いま、単色 X 線に対して検出器から得られたエネルギースペクトルを考える。情報キャリアのゆらぎや読み出しシステムによるノイズなどの影響により、単色 X 線を入射した場合であっても得られるエネルギースペクトルは必ず有限の幅を有する。エネルギー E_0 のまわりのこの幅は、検出器に入射するエネルギーが同じものであっても、そこで得られるパルス間には大きな変動があることを示している。このような変動を小さくできれば分布の幅は狭くなり、数学的にはデルタ関数に近づく。入射 X 線のエネルギーを詳細に解析するための測定能力は、この幅が狭ければ狭いほど向上する。

エネルギー分解能は、分布の半値全幅 (FWHM: Full Width at Half Maximum) で一般に定義される。X 線検出器では、X 線入射時の検出器との相互作用によって生じる電子、イオン、正孔、フォノンなどのキャリアを収集して入射エネルギーを一般に測定する。ここで、情報キャリアの生成はポアソン統計に従うと仮定すると、検出器に 1 つの光子が入射して生成した情報キャリアが N 個の場合、標準偏差は $\sigma = \sqrt{N}$ である。ポアソン分布は、分布の平均値が平均値が大きい場合 (20 以上)、簡略化してガウス分布となる。すなわち、情報キャリア生成に必要なエネルギーは入射 X 線光子のエネルギー E_0 に比べて十分に小さく、情報キャリア数 N が十分に大きい場合の分布は

$$G(E) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(E - E_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.1)$$

と表せる。したがって半値全幅は

$$\text{FWHM} = 2.35\sqrt{N} \quad (1.2)$$

と表されることとなる。ここで、 E_0 は中心エネルギー、 A は面積を表している。

エネルギー分解能の限界は、実際には情報キャリアの生成はポアソン分布に完全には従わないことを考えると

$$\Delta E_{\text{real}} = 2.35E_0\sqrt{\frac{F}{N}} \quad (1.3)$$

と表される。ここで F は Fano 因子と呼ばれるポアソン統計からのずれを定量化するために導入された係数であり一般に $F \leq 1$ である。

1.2.2 X-ray microcalorimeter

X線マイクロカロリメータは、入射 X 線光子の 1 つ 1 つのエネルギーを素子の微小な温度上昇 (~ 数 mK) として検出する検出器である。そのエネルギー分解能は入射エネルギーに依存することなく素子内のフォノン数の揺らぎ等によって決まり、100 mK 以下の極低温で動作させることで優れたエネルギー分解能を発揮する。しかも、同時に高い検出効率をも併せもつ。

X 線カロリメータは図 1.2 に示すように、熱容量 C の吸収体と温度計からなる構造をしており、それが適度に悪い熱伝導度 G を持つサーマルリンクで低温熱浴と接続され、定常状態に保たれている。エネルギー E の X 線光子を光電吸収した際に生じる温度上昇 ΔT は

$$\Delta T = \frac{E}{C} \quad (1.4)$$

となる。厳密には入射 X 線による素子の温度上昇で C もかわるので、エネルギーと温度上昇の関係には非線形性がある。吸収体で生じた熱はサーマルリンクを介して低温熱浴へとゆっくりと流れ、再び定常状態へと戻る。

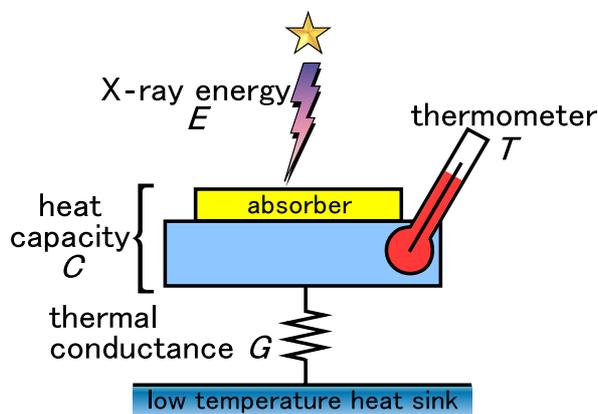


Fig. 1.2: Schematic view of an X-ray microcalorimeter. The calorimeter consists of an absorber and a thermometer which have a heat capacity C , and are connected to a heat sink with a thermal conductance G of the thermal link.

2.3.2節で詳しく述べるが、素子が定常状態に戻るまでの時定数 τ は、 C と G で決まり

$$\tau = \frac{C}{G} \quad (1.5)$$

である。実際には、温度計の発熱の変化によって熱的なフィードバックがかかり時定数はこれより短くなる。

Energy resolution

図 1.2 のようなカロリメータを考えたとき、素子全体の熱エネルギーは CT である。また、フォノン 1 個あたりの平均エネルギーは $k_B T$ であるので、フォノン数 N は

$$N = \frac{CT}{k_B T} \quad (1.6)$$

となる。ここで、 k_B は Boltzmann 定数である。これより、フォノン数の統計ゆらぎは、

$$\sqrt{N} = \sqrt{\frac{CT}{k_B T}} \quad (1.7)$$

と書け、このフォノン数のゆらぎによる素子のエネルギーゆらぎは

$$\Delta E = \sqrt{\frac{CT}{k_B T}} k_B T = \sqrt{k_B T^2 C} \quad (1.8)$$

となる。入射 X 線によるゆらぎの増加の影響は小さく、素子のフォノン数の統計ゆらぎが支配的であるので、これがそのままエネルギー分解能となる。従って、エネルギー分解能は入射 X 線エネルギーに第一近似では依らず、素子のフォノン数の統計ゆらぎにのみ依存する。いま、このことを確かめるため、エネルギー E の X 線が入射することで励起されるフォノン数とその統計ゆらぎを考えると

$$n = \frac{E}{k_B T} \quad (1.9)$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{\frac{E}{k_B T}} \quad (1.10)$$

となる。ここで、典型的な値として $E = 6 \text{ keV}$ 、 $C = 1 \text{ pJ/K}$ 、 $T = 0.1 \text{ K}$ を代入すると

$$\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{E}{CT}} \sim 0.1 \quad (1.11)$$

となり、励起されるフォノン数の統計ゆらぎの影響は小さいことがわかる。

エネルギー分解能は半値全幅では、式 1.2 より

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35 k_B T \sqrt{N} = 2.35 \sqrt{k_B T^2 C} \quad (1.12)$$

と表される。一般には、後で議論するように、カロリメータの動作条件や温度計の感度 α などに依存する係数 $\xi \propto \sqrt{1/\alpha}$ を用いると

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35 \xi \sqrt{k_B T^2 C} \quad (1.13)$$

と表される。熱容量 C は温度を下げるほど小さくなるので、この式は温度 T に強く依存することになる。従って、動作温度 T を極低温 ($\sim 100 \text{ mK}$) にとり、感度 α を大きくすることが優れた分光性能を発揮するために本質的である。

1.2.3 TES : Transition-Edge Sensor

TES(Transition Edge Sensor) は、超伝導常伝導遷移端における数 mK という非常に狭い領域内での急激な抵抗変化を利用した温度計である [5]。温度計の感度を表すパラメータ α を、

$$\alpha \equiv \frac{d \ln R}{d \ln T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \quad (1.14)$$

として定義する。半導体温度計を用いた XRS では、 $|\alpha| \leq 6$ であり、TES ではこの 100 倍近い感度をもつ。第 2.7.1 節で詳しく述べるが、エネルギー分解能は $\sqrt{1/\alpha}$ に比例するので、原理的には従来型の半導体温度計を用いたカロリメータに比べて、2 桁も高いエネルギー分解能を実現できると期待できる。また、 α が大きいと熱容量の大きな吸収体を用いることができ、熱化の速い常伝導金属の使用や大きなサイズで有効面積を上げることが可能となる。ここで、カロリメータの動作温度は TES 温度計の転移温度で決まってしまうので、その転移温度をコントロールする必要がある。

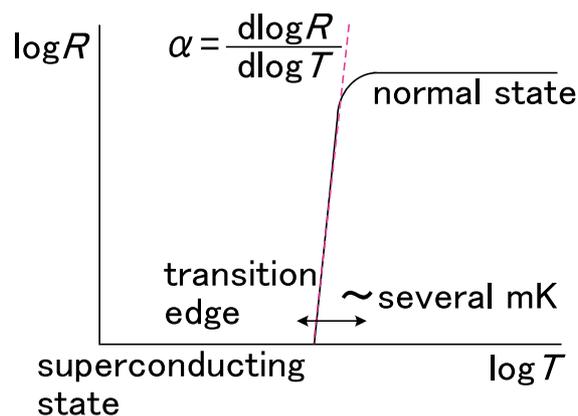


Fig. 1.3: Schematic example of the R - T curve of a TES.

そこで、TES を超伝導体と常伝導体の二層薄膜とすることで薄膜効果や近接効果 (proximity effect) を用いて、超伝導遷移温度を最適化している。薄膜効果とは、超伝導体をコヒーレンス長や侵入長以下に薄くすると、電子間引力相互作用の強弱に応じて遷移温度が下がったり上がったりする効果である。近接効果とは、超伝導体に常伝導体を接触させるとクーパ対が常伝導体に洩れだし、膜厚の比に依存して超伝導体の遷移温度が下がる効果である。

TES は温度計として非常に高い感度を有するのだが、遷移端が数 mK と狭いため遷移端内に動作点を保つことが困難である。そこで、動作点を自動的に遷移端内に保つために、定電圧バイアスで動作させることで強い負の電熱フィードバックをかけて動作点を安定させている [6]。

Chapter 2

PRINCIPLE OF THE TES CALORIMETER

超伝導遷移端の急激な抵抗変化を利用する TES 型マイクロカロリメータを開発するにあたっては、その超伝導の性質を理解することが重要である。はじめに超伝導体の基本的な性質を述べたあと、2.2 節で TES 型マイクロカロリメータの評価を行う際に必要となる代表的なパラメータを説明する。TES 型マイクロカロリメータの実際の動作については、2.3 節以降で述べる。

2.1 Superconductivity

超伝導状態ではフォノンを媒介とした引力相互作用により、運動量の大きさが等しく符合が反対で、かつスピンの方向が互いに逆向きの 2 個の電子の対で存在した方が安定になる。この電子の対をクーパー対と呼び、常伝導状態の電子と同様に金属内部を動きまわっている。超伝導状態では、このクーパー対が超伝導電流を担う。

超伝導を担うことのできる電子はフェルミ準位 ε_F 近傍の領域 $\varepsilon_F \pm \frac{1}{2}\Delta$ 内の電子のみであり、これらがクーパー対をつくると状態密度 $N(\varepsilon)$ には、フェルミ準位 ε_F を中心としてエネルギー Δ の範囲でエネルギーが $\varepsilon = 0$ となるような領域ができる。この Δ のエネルギーをエネルギーギャップとよんでいる。超伝導体の温度が上昇すると、一部のクーパー対は熱振動によって破壊され、常伝導電子になって $\varepsilon_F + \frac{1}{2}\Delta$ 以上のエネルギーレベルに励起される。このように電子を上の状態に励起するには、少なくとも Δ のエネルギーをクーパー対に与える必要がある。エネルギーギャップ Δ は、温度の上昇とともに減少する。温度を上昇させ、 $\Delta = 0$ となるとすべての電子はクーパー対として存在せずに常伝導電子となる。このとき、超伝導金属は超伝導状態から常伝導状態に遷移し、この温度を遷移温度 T_c という。

しかし、超伝導体の常伝導状態への移行は温度の上昇によるものだけではなく、ある一定以上の電流が流れるときにも超伝導性は失われる。超伝導体を流れる電流のこの限界量を臨界電流 I_c と呼ぶ。超伝導体の中のすべての電流は侵入深さ内の表面を流れ、電流密度は表面の値から次第に減少する。臨界電流は、外部の電源から超伝導体に流される電流にも、印加されている磁界からの遮蔽電流のいずれにもあてはまり、この和の全電流量が臨界電流を越えるときに超伝導状態から常伝導状態に遷移する。臨界電流による超伝導性の消失は、表面での磁場に対応させることができる。すなわち、輸送電流と印加磁場による全体の磁場の強さが臨界磁場を越えるときに超伝導性が失われるということもできる。ここで臨界磁場の強さは、2 つの状態のギブスの自由エネルギーの差に依存し、臨界磁場とは、超伝導状態の自由エネルギーを常伝導状態の自由エネルギー以上にするのに必要な磁場の強さである。

臨界電流の大きさは温度に依存し、温度が高くなるにつれて減少する。逆に超伝導体が電流を運んでいるならば、その転移温度は低下する。すなわち臨界電流 I_c は、印加磁場 B と温度 T の関数 $I(B, T)$ といえる。したがって、転移温度 T_c は、温度 T と流れる電流 $I(B)$ に依存する。表 2.1 に主な物質の転移温度 T_c と臨界磁場 H_c を示す。

Table 2.1: Summary of the transition temperature T_c and the critical magnetic field H_c .

	T_c [K]	H_c [Oe]
Ti	0.39	100
Nb	9.23	1980
Pb	7.913	803
Sn	3.722	305.5
Al	1.196	99

ここで、温度 T における臨界電流 $I_c(T)$ は Ginzberg-Landau 理論によれば、 $T \sim T_c$ の場合

$$I_c(T) \propto \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \quad (2.1)$$

の式が成り立つ。これが $T = 0$ まで成り立つならば $T = 0$ での臨界電流 $I_c(0)$ を用いて

$$I_c(T) = \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2} I_c(0) \quad (2.2)$$

と表せる。

2.2 Basic Parameters

2.2.1 Heat capacity C

熱容量はカロリーメータのエネルギー分解能および時定数を決める重要なパラメータである。熱容量 C はモル比熱 c 、密度 ρ 、原子量 (分子量) M 、体積 V を用いて、

$$C = c \frac{\rho V}{M} \quad (2.3)$$

と表すことができる。

フェルミ (Fermi) 温度とデバイ (Debye) 温度よりもはるかに低い温度に於いては、金属の定積比熱 c はフォノンに起因する格子比熱 c_l と伝導電子に起因する電子比熱 c_e との和として、

$$c = c_l + c_e \quad (2.4)$$

と書ける。

Lattice specific heat c_l

格子比熱 c_l は、デバイ温度 θ_D よりも十分に低温 ($T \ll \theta_D$) において、デバイの T^3 近似より、1 モルあたり

$$c_l \simeq \frac{12\pi^4}{5} N_A k_B \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad (2.5)$$

$$= 1.94 \times 10^3 \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad [\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}] \quad (2.6)$$

となる [7]。ここで、 N_A は Avogadro 数であり、 k_B は Boltzmann 定数である。

Electronic specific heat c_e

電子比熱にはフェルミ準位近傍の電子のみが寄与し、その物質が常伝導状態か超伝導状態かによって異なる。超伝導遷移温度を T_c とすると、それぞれの状態での 1 モル当りの比熱は以下のように表される。

Normal state ($T > T_c$) フェルミ関数が変化する領域はフェルミ準位 E_F 付近で $k_B T$ 程度の幅を持つ。Pauli の原理から全ての自由電子のうちおよそ $k_B T/E_F$ の割合だけが熱エネルギーを吸収できることとなる。状態密度を $D(E)$ とすると、

$$c_e \simeq \frac{\pi^2}{3} D(E_F) k_B^2 T \propto T \quad (2.7)$$

として表され、物質固有の値である Sommerfeld パラメータ γ を用いて、

$$c_e = \gamma T \quad (2.8)$$

と表すことができる。 γ はフェルミ面に於ける電子の状態密度の尺度を与えらると言える。

Superconducting state ($T < 0.1T_c$) 遷移温度よりも充分低温の超伝導状態の場合、フェルミ面付近の電子の大部分がクーパー (Cooper) 対で存在する。しかし、クーパー対は超伝導のエネルギーギャップのために基底状態から抜け出せず熱の輸送に関与しない。従って、比熱に寄与するのは超伝導エネルギーギャップ $\Delta E_g = 1.764 k_B T_c$ を超え、クーパー対を形成していない電子のみである。その数は指数関数的に表されるので電子比熱は、

$$c_e \propto \exp\left(\frac{-\Delta E_g}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{-1.764 T_c}{T}\right) \quad (2.9)$$

という温度依存性を示す。1 モル当りの電子比熱は、

$$c_e = \gamma \left(a T_c \exp\left(\frac{-b T_c}{T}\right) \right) \quad (2.10)$$

というように表すことができる。ここで、 a 、 b は物質に依らない定数で、 $a \sim 8.5$ 、 $b \sim 1.44$ である。

以上は、 T_c より十分低い温度でのみ成り立つものである。転移端を用いる TES の転移温度近傍の熱容量の計算には適用できないことに注意する。 T_c のごく近傍ではエネルギーギャップ $\Delta(T) \rightarrow 0$ であるが、この $\Delta(T)$ がエネルギー準位そのものを変化させる効果が効くようになる。BCS 理論によればこれは $d\Delta^2/dT$ の形で関与してくるのだが、 T_c 以下ではこれが大きく $T_c = 0$ では 0 となるので、電子比熱は T_c で不連続さを生じることになる [8]。この飛びは常伝導状態の比熱の 1.43 倍に相当し、超伝導状態と常伝導状態の電子比熱をそれぞれ c_{es} 、 c_{en} とすると

$$c_{es} = 2.43 c_{en} \quad (2.11)$$

と表せる。

2.2.2 Thermal conductance G

有限な温度差 $T - T_s$ があるときの熱伝導を考える。微小な温度差 $\Delta T_i = T_{i+1} - T_i$ ($i = 1 \sim N$) を持ち、熱伝導率が $k = K/N$ の N 個の領域に等分して考える。ただし、 $\Delta T_i \gg T_i$ である。この領

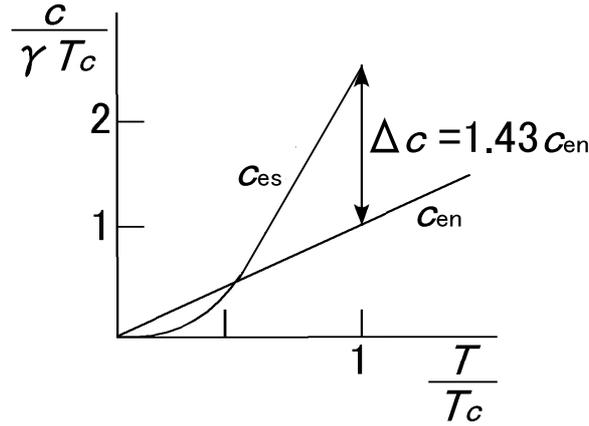


Fig. 2.1: Comparison of the electronic specific heat.

域の両端から見た熱量 P は微視的に等価で、

$$P(\Delta T_i) = k(T_{i+1})(T_{i+1} - T_i) \quad (2.12)$$

$$= -k(T_i)(T_{i+1} - T_i) \quad (2.13)$$

$$= k(T_{i+1})T_{i+1}k(T_i)T_i + O(\Delta T_i^2) \quad (2.14)$$

と表すことができる。これらを $N \rightarrow \infty$ まで足し合わせた極限では、

$$P = K(T)T - K(T_s)T_s \quad (2.15)$$

となる。一般に熱伝導率を熱抵抗の種類によって決まる無次元量 n を用いて $K(T) = K_0 T^{n-1}$ と表すことができるので、

$$P = K_0 (T^n - T_s^n) \quad (2.16)$$

と表わせる。熱伝導度 G を $G \equiv dP/dT$ と定義すると、

$$G = G_0 T^{n-1} \quad (G_0 \equiv nK_0) \quad (2.17)$$

と書ける。これを用いて、

$$P \equiv \int_{T_s}^T G dT \quad (2.18)$$

$$= \frac{G_0}{n} (T^n - T_s^n) \quad (2.19)$$

と表すことができる。

ここで、熱伝導度の温度依存性を表す n は

$$n \equiv \frac{d \ln P}{d \ln T} \quad (2.20)$$

のように書ける。Kapitza 抵抗が支配的であれば媒体はフォノンであり $n = 4$ 、電子-フォノン相互作用が弱い低温の金属薄膜であれば寸法効果により $n = 5, 6$ である [5]。本論文で用いる Si ピクセルに対しては $n = 4$ 、金属薄膜 TES に対しては $n = 5, 6$ を採用する [9]。

ここでは TES 型カロリメータを動作させる際の機構について簡単に説明し、より詳細な定式化は次節にて行う。

TES はその超伝導遷移端の範囲内で用いなければならない。従来の半導体温度計のように定電流バイアスで動作させるとすると、動作点が超伝導遷移端にあるので、わずかな温度上昇に対して TES の抵抗値が急激に上昇し、発熱量がさらに増加するという正のフィードバックがかかってしまい動作点にて安定に保つことが大変困難である。

そこで、図 2.2 の様に定電圧バイアスで動作させることによって非常に強力な負のフィードバックをかけることで、 $\Delta T \sim$ 数 mK という狭い超伝導遷移端での動作が可能となる。

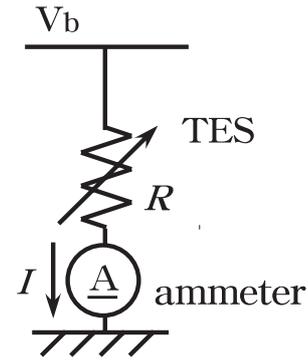


Fig. 2.2: An electric circuit of a constant voltage bias.

2.3 Operation of TES Calorimeter

2.3.1 ETF: Electro-Thermal Feedback

入射 X 線に限らず、熱量の流入で吸収体もしくは TES の温度が上昇すると、TES の抵抗値も急上昇する。しかし、定電圧バイアス下にあるので TES 自身のジュール発熱量は減少するので、温度変化を妨げる方向にフィードバックがかかる。また、冷凍機の冷却能力の突発的な変化などによって吸収体や TES の温度が減少した場合を考えると、TES の抵抗値が減少することでジュール発熱量が増加し、フィードバックがかかることで再び動作点へと戻る。この機構を負の電熱フィードバック (ETF: Electro-Thermal Feedback) と呼ぶ [6]。電気的な効果については後に述べる。

実際には冷凍機の配線抵抗などの影響により定電圧バイアスは難しく、TES の抵抗値よりも十分に小さいシャント抵抗を並列に入れることで疑似的に定電圧を実現する。

2.3.2 Effective time constant τ_{eff} under ETF

まず、図 1.2 のような TES の温度 T 、熱浴温度を $T_s (T_s \ll T)$ 、吸収体と TES の総熱容量を C としたカロリメータを考える。熱平衡状態において、このときのカロリメータの熱のつりあいの式は、

$$C \frac{dT}{dt} = -\frac{G_0}{n} (T^n - T_s^n) \quad (2.21)$$

であり、右辺はサーマルリンクを伝わって熱浴へと流れる熱量をあらわしている。この状態で X 線が入射し ΔT 温度が変化すると、式 2.21 は

$$C \frac{d(T + \Delta T)}{dt} = -\frac{G_0}{n} ((T + \Delta T)^n - T_s^n) \quad (2.22)$$

となる。いま ΔT は十分に小さく、 $\Delta T \ll 1$ として展開すると、0 次の項は打ち消し合い、1 次の近似では

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -G_0/n T^{n-1} \Delta T \quad (2.23)$$

が得られる。 ΔT_0 を X 線入射前の温度としてこの式を解くと、 X 線入射後の温度変化は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \quad (2.24)$$

となる。ここで

$$\tau_0 \equiv \frac{C}{G} \quad (2.25)$$

は、熱の流れのタイムスケールを表す素子に固有な時定数である。

次に、 TES 型マイクロカロリメータを定電圧バイアス V_b の下で動作させることを考える。このときの TES の抵抗を R とすると、熱のつりあいの式は

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{V_b^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n}(T^n - T_s^n) \quad (2.26)$$

である。ここで V_b^2/R は、定電圧バイアス V_b の下での TES のジュール発熱量、 $G_0/n(T^n - T_s^n)$ は、サーマルリンクを伝わって熱浴へと逃げる熱量である。さきほどと同様に X 線が入射し ΔT 温度が変化すると、式 2.26 は

$$C \frac{d(T + \Delta T)}{dt} = \frac{V_b^2}{R(T + \Delta T)} - \frac{G_0}{n}((T + \Delta T)^n - T_s^n) \quad (2.27)$$

となり、同様の計算により

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{V_b^2}{R^2(T)} \Delta R - G_0 T^{n-1} \Delta T \quad (2.28)$$

が得られる。ここで、ジュール発熱 P_b は温度 T に依存することに注意する。また、抵抗は急激に変化しその発熱量が変化することで ETF の機構によって負のフィードバックがかかることになる。このときの TES の抵抗変化は 1.14 より、 $\Delta R = \alpha R \Delta T / T$ であるので

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{P_b \alpha}{T} \Delta T - G \Delta T \quad (2.29)$$

となる。ここで、 $G = G_0 T^{n-1}$ を用いた。この微分方程式を解くと、

$$\Delta T(t) = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.30)$$

が得られる。ここで τ_{eff} は ETF による有効時定数であり、固有時定数 τ_0 を用いると、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{1}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \frac{C}{G} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (2.31)$$

と表せる。これは ETF によって時定数が固有時定数 τ_0 よりも短くなり、より速く熱平衡状態へと戻ることができることを意味する。また、熱平衡状態より $P_b = G_0/n(T^n - T_s^n)$ であるので、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_s}{T}\right)^n\right)} \quad (2.32)$$

と求まる。 TES の温度に比べて熱浴の温度が非常に小さい場合 ($T_s \ll T$)、また典型的に $\alpha/n \gg 1$ であるので、

$$\tau_{\text{eff}} \simeq \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \quad (2.33)$$

$$\simeq \frac{n}{\alpha} \tau_0 \quad (2.34)$$

と近似できる。 n は通常 3 ~ 4 程度の値をとるので、 $\alpha \sim 1000$ とすると ETF によって X 線入射に対する応答速度が 2 桁以上も速くなることがわかる。これは ETF の大きな利点の一つであり、ETF によって TES の温度変化による熱が、サーマルリンクを介して逃げるよりも TES のジュール発熱を減少させることで補償される結果である。ETF のかからない場合には、X 線入射による温度変化の際には熱がサーマルリンクを介して低温熱浴へと逃げることとなる。従って、入射 X 線フォノンのエネルギーは、入射 X 線のエネルギーによらずに

$$E = \int \Delta P dt = V_b \int \Delta I dt \quad (2.35)$$

と、全ジュール熱の変化の時間積分、つまり定電圧と SQUID の全電流変化の積分との積で表すことができる。

2.3.3 ETF diagram

前節で、熱の流れが ETF によってどのようにかわるかがわかったので、次に ETF のもとで実際にどのような応答を示すかを議論する。

まず、外部から熱入力のない場合を考える。このとき TES カロリメータは、ジュール発熱 P_b を低温熱浴へすることで熱平衡状態を保っている。この場合、式 (2.21) より

$$C \frac{dT}{dt} = P_b = -\frac{G_0}{n}(T^n - T_s^n) = 0 \quad (2.36)$$

なので

$$P_b = \frac{G_0}{n}(T^n - T_s^n) \quad (2.37)$$

となる。次に、 $\delta P e^{i\omega t}$ のように時間依存する微小な熱量が TES に入力され、これによって温度が $T = T + \delta T e^{i\omega t}$ のように変化するとすると、

$$C \frac{d}{dt}(\delta T e^{i\omega t}) = P_b + \delta P e^{i\omega t} - \frac{G_0}{n}((T + \delta T e^{i\omega t})^n - T_s^n) \quad (2.38)$$

と得られる。この式の時間に依存する項からは、 $\tau_0 \equiv C/G$ を用いれば

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \delta P \quad (2.39)$$

という関係があることがわかる。

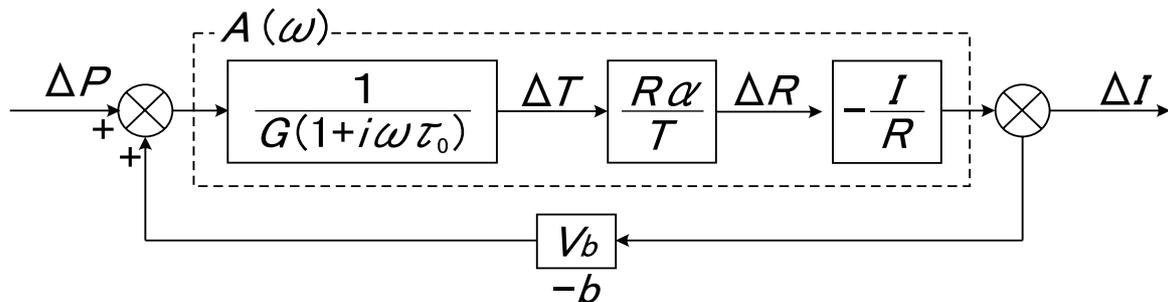


Fig. 2.3: The ETF diagram of the constant voltage bias.

いまここで図 2.3 のように電流変化 ΔI を定電圧バイアス V_b でジュール発熱量として戻してあげるとようなフィードバック回路を考える。すると式 2.39 は

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} (\delta P + \delta P_b) \quad (2.40)$$

となることがわかる。また、

$$\delta R = \alpha \frac{R}{T} \delta T \quad (2.41)$$

$$\delta I = -\frac{I}{R} \delta R \quad (2.42)$$

$$\delta P_b = V_b \delta I \quad (2.43)$$

であるので、これらを用いると

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{\frac{P_b \alpha}{GT} + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \delta P \quad (2.44)$$

が得られる。ここで、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau_0}{\frac{P_b \alpha}{GT} + 1} \quad (2.45)$$

は、式 2.31 と同じ定義の有効時定数を表している。

2.3.4 Formulation of ETF as a feedback

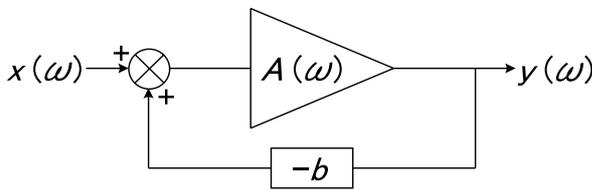


Fig. 2.4: feedback circuit 1

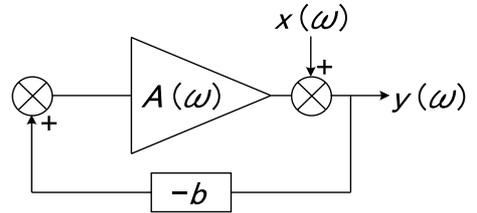


Fig. 2.5: feedback circuit 2

まず、図 2.4 のような直流増幅率を A 、フィードバック量を b とする増幅器を考える。出力 y の b 倍が入力 x にフィードバックされるとき

$$y(\omega) = A(\omega)[x(\omega) - by(\omega)] \quad (2.46)$$

の関係が成り立つ。これを y について解くと

$$\begin{aligned} y(\omega) &= \frac{A(\omega)}{1 + bA(\omega)} x(\omega) \\ &= \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} x(\omega) \end{aligned} \quad (2.47)$$

となる。ここで $\mathcal{L} = bA$ をループゲインという。ここで $\mathcal{L} \gg 1$ のとき

$$y(\omega) \simeq \frac{1}{b} x(\omega)$$

となり、増幅率は b によって決まることがわかる。

ETF のダイアグラム 図 2.3 は、この図 2.4 の電氣的なフィードバック回路と同等に扱うことができる。そこで系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ を、フィードバック量 $b = -V_b$ を用いて

$$\mathcal{L}(\omega) = A(\omega) \times b = \frac{1}{G(1+i\omega\tau_0)} \times \alpha \frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R}\right) \times (-V_b) \quad (2.48)$$

$$= \frac{P_b \alpha}{GT} \frac{1}{1+i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1+i\omega\tau_0} \quad (2.49)$$

とかける。ここで

$$\mathcal{L}_0 = \frac{P_b \alpha}{GT} \quad (2.50)$$

であり、 \mathcal{L}_0 は周波数 0 でのループゲインを示しており、式 2.49 より $\omega > 1/\tau_0 = G/C$ の周波数依存性を持って減衰することがわかる。

\mathcal{L}_0 を用いると、式 2.45 から τ_{eff} は、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \quad (2.51)$$

となる。式 2.32 と比較すると \mathcal{L}_0 は α 、 n 、 T 、 T_s を用いて表すと、

$$\mathcal{L}_0 = \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_s}{T}\right)^n\right) \quad (2.52)$$

と表すことができる。

次に、図 2.5 のような場合を考える。このように A の後に入力される場合の関係は

$$y(\omega) = A(\omega)(-b)y(\omega) + x(\omega) \quad (2.53)$$

となることがわかる。これより出力 $y(\omega)$ は

$$y(\omega) = \frac{1}{1+\mathcal{L}}x(\omega) \quad (2.54)$$

となる [10]。図 2.5 のような場合については、2.4、2.5 節のジョンソンノイズの計算の際に用いる。

2.3.5 Current responsivity

ETF をかけてカロリメータを動作させる際、入力された熱量 δP は電流変化 δI として出力される。ここで

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P} \quad (2.55)$$

と定義すると、式 (2.47) よりこれは

$$S_I(\omega) = \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1+\mathcal{L}(\omega)} \quad (2.56)$$

であることがわかる。入射パワーに対する電流変化を表す S_I は、電流応答性 (current responsivity) という。式 (2.56) は、式 (2.49)、式 (2.51) を用いると

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1+\mathcal{L}(\omega)} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{V} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_0} \\ &= -\frac{1}{V} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.58)$$

とかける。ここで

$$|S_I(\omega)|^2 = \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (2.59)$$

である。

フィードバックが強い場合 ($\mathcal{L}_0 \gg 1$) では、式 2.59 より、

$$|S_I(\omega)| = \frac{1}{V_b} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2}} \quad (2.60)$$

となる。従って、 $\omega \ll 1/\tau_{\text{eff}}$ のときにはさらに簡略に書け、

$$S_I \simeq \frac{1}{V_b} \quad (2.61)$$

となり、電流応答性はバイアス電圧に逆比例することがわかる [11]。

2.3.6 Actual response

次にエネルギー E の X 線が入射した際の入力 $P(t) = E\delta(t)$ に対する応答を考える。ここで、時間の関数 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ を

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.62)$$

と定義する。X 線を吸収したことで素子が温度上昇する速さがカロリメータの応答速度に比べて十分に速い場合、TES への熱入力 $P(t)$ はデルタ関数的に扱える。したがって角周波数空間 ($-\infty < \omega < +\infty$) でのパワーの入力 $P(\omega)$ は

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t)e^{-i\omega t} dt = \frac{E}{2\pi} \quad (2.63)$$

とかける。そこで周波数空間における出力電流 $I(\omega)$ は、上式 2.63 に電流応答性 $S_I(\omega)$ をかけた

$$\begin{aligned} I(\omega) &= P(\omega)S_I(\omega) \\ &= -\frac{E}{2\pi} \frac{1}{V} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.64)$$

である。ここで

$$|I(\omega)|^2 = |P(\omega)|^2 |S_I(\omega)|^2 \quad (2.65)$$

$$= \left(\frac{E}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (2.66)$$

である。

式 (2.62) は、 $|X(\omega)|^2$ が角周波数 ω の波の強さ、すなわちエネルギーを表しているともみなせる。よって、 $|X(\omega)|^2 d\omega$ は周波数 $\omega \sim \omega + d\omega$ のエネルギーに相当する。ここで、 $|X(\omega)|^2$ をエネルギースペクトル密度、 $|X(\omega)|^2$ によって表されるスペクトルをエネルギースペクトルと呼ぶことにする [12]。また、 $|E(f)|^2$ の時間積分が有限の場合には Parseval の公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.67)$$

が成り立つ。いま、さきほど求めた ω 空間 ($-\infty < \omega < \infty$) における出力電流 $|I(\omega)|^2$ を、実際の測定で得られる f 空間 ($0 < f < \infty$) における片側エネルギースペクトル密度 $|E(f)|^2$ に変換することを考える。まず、 $I(\omega)$ についてのノーマリゼーションを A として

$$E(f) = AI(\omega) \quad (2.68)$$

と表されるとする。実際には、解析プログラムパッケージ disfilt において、パルス $i(t)$ に対するエネルギースペクトル密度 $|E(f)|^2$ は

$$\int_{-\infty}^{\infty} |i(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |E(f)|^2 df \quad (2.69)$$

と出力される。ここで、フーリエ変換の式は、式 (2.62) によって与えられ、式 2.67 の公式より

$$\int_{-\infty}^{\infty} |i(t)|^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |I(\omega)|^2 d\omega \quad (2.70)$$

が成り立つ。これより式 (2.69) は

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |i(t)|^2 dt &= \int_0^{\infty} |E(f)|^2 df \\ &= \int_0^{\infty} A^2 |E(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \\ &= A^2 \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |E(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (2.71)$$

となる。ここで、 $\omega = 2\pi f$ と $|E(\omega)| = |E(-\omega)|$ を用いた。よって、上式 (2.71) が式 (2.70) を満たすためには

$$A = \sqrt{2} 2\pi \quad (2.72)$$

となる [13]。したがって式 (2.66)、(2.72) よりパルスの片側エネルギースペクトル、すなわちパルススペクトルは

$$|E(f)| = \sqrt{2}(2\pi) \left(\frac{E}{2\pi} \right) |S_I(f)| \quad (2.73)$$

$$= \frac{\sqrt{2}E}{V_b} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2}} \quad (2.74)$$

となる。

今度は、式 (2.64) を逆フーリエ変換して実空間に戻し、式 (2.50)、式 (2.25) を用いると

$$i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{E}{2\pi} \frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} d\omega \\ &= -\frac{E}{V_b \tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$= -\frac{\alpha E}{CT} I \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.77)$$

として時間空間での出力電流 $i(t)$ を求められる。ただし、 I は平衡状態で TES を流れる電流である。この電流変化をゲイン (電流電圧変換係数) Ξ の SQUID amp を用いて読み出すとすると、出力電圧 $V(t)$ は

$$V(t) = -\frac{\Xi E}{V_b \tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.78)$$

$$= -\Xi \frac{\alpha E}{CT} I \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.79)$$

が得られることとなる。これが測定されるパルスハイトの時間変化となる。ループゲインが十分に大きい $\mathcal{L}_0 \gg 1$ のとき $V(t)$ は、

$$V(t) \simeq -\frac{\Xi E}{V \tau_{\text{eff}}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.80)$$

となり、この式から強い ETF のもとでの入射 X 線光子のエネルギー E は

$$E = \frac{V}{\Xi} \int V(t) dt \quad (2.81)$$

として出力信号を積分することで求めることができる。すなわち $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は、X 線入射に伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

一方、 $P(\omega) = E\delta(\omega)$ の熱入力に対する温度上昇は式 2.45 より、

$$\delta T(\omega) = \frac{1}{G} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \delta P(\omega) \quad (2.82)$$

となるので、これを逆フーリエ変換して実空間に戻すと

$$\begin{aligned} \Delta T(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta T(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \\ &= \frac{E}{G\tau_{\text{eff}}} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \\ &= \frac{E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \end{aligned} \quad (2.83)$$

となることがわかる。

2.4 Intrinsic Noise

原理的にエネルギー分解能を制限する除去不可能なノイズとして、ジョンソン (Johnson) ノイズとフォノンノイズがある [14]。ジョンソンノイズとは、電子の流れが熱によって乱され不均一になることによって発生し、電気抵抗を持った電子回路では必ず発生する。フォノンノイズとは、サーマルリンクの熱抵抗に起因しているために発生する熱揺らぎである。他のノイズとしては、外部磁場、熱浴温度の揺らぎ、バックグラウンドの輻射、 $1/f$ ノイズなどがあげられるが、この 2.4 ではこのジョンソンノイズとフォノンノイズについて前節までの結果をふまえて説明する。ノイズの寄与を含めた ETF のダイアグラムを 図 2.6 に示す。

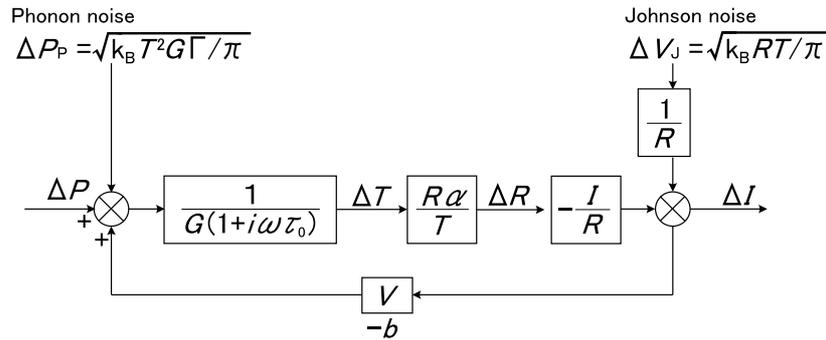


Fig. 2.6: ETF diagram including noises.

2.4.1 Phonon noise

ω 空間 ($-\infty < \omega < \infty$) でのフォノンノイズのパワースペクトル密度 δI_P は

$$|\delta I_P(\omega)|^2 = \frac{k_B G T^2 \Gamma}{\pi} |S_I(\omega)|^2 \quad (2.84)$$

である [14]。ここで

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1} \frac{1 - \theta^{-(2n+1)}}{1 - \theta^{-n}}, \quad \text{ただし } \theta \equiv T/T_s$$

である。いま、ノイズのパワースペクトル密度を $S(\omega)$ とすると、 f 空間 ($0 < f < \infty$) における片側パワースペクトル $E(f)$ との間には、次の関係が成り立つ。

$$\int_0^\infty E^2(f)df = \int_{-\infty}^\infty S^2(\omega)d\omega = 2 \cdot 2\pi \int_{-\infty}^\infty S^2(2\pi f)df \quad (2.85)$$

これより、フォノンノイズの片側パワースペクトル $E_P(f)$ は

$$\begin{aligned} |E_P(f)| &= \sqrt{4\pi} |\delta I_P(2\pi f)| \\ &= \sqrt{4k_B G T^2 \Gamma} |S_I(2\pi f)| \end{aligned} \quad (2.86)$$

となる。

2.4.2 Johnson noise

次にジョンソンノイズ I_J についての応答を考える。抵抗 R の両端に現われる熱雑音電圧をジョンソンノイズといい、ジョンソンノイズの電圧密度 δV_J は $-\infty < \omega < \infty$ 空間で

$$\delta V_J^2 = \frac{k_B R T}{\pi} \quad (2.87)$$

と与えられる。ジョンソンノイズ δV_J がもたらす電流のゆらぎ δI_J は

$$\delta I_J = \frac{\delta V_J}{R} \quad (2.88)$$

とかける。このジョンソンノイズが系に入力されるときは図 2.6 より、図 2.5 のフィードバック回路と同じように考えることができる。すなわち、式 (2.54) を用いることができ

$$\delta I_J(\omega) = \frac{1}{1 + \mathcal{L}} \delta I_J \quad (2.89)$$

となるのがわかる。これより式 (2.49)、(2.51)、(2.87)、(2.88) を用いて

$$\begin{aligned} \delta I_J(\omega) &= \frac{1}{1 + \mathcal{L}} \frac{\delta V_J}{R} \\ &= \frac{\sqrt{k_B R T}}{\pi R} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{eff}} \end{aligned} \quad (2.90)$$

と計算できる。これより出力電流密度は

$$\begin{aligned} \delta I_J^2(\omega) &= \frac{k_B R T}{\pi R^2} \left| \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right|^2 \left| \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{eff}} \right|^2 \\ &= \frac{k_B R T}{\pi R^2} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{1 + \omega^2\tau_{eff}^2} \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$= \begin{cases} \frac{k_B R T}{\pi R^2} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{k_B R T}{\pi R^2} & \text{if } \omega \gg \tau_{eff}^{-1} \end{cases} \quad (2.92)$$

と求めることができる。これより $\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲ではジョンソンノイズは ETF によって抑制されることがわかる。ジョンソンノイズについても式 (2.85) が成り立ち、したがってジョンソンノイズの片側パワースペクトル $\delta E_J(f)$ は

$$\begin{aligned} |\delta E_J(f)| &= \sqrt{4\pi} |\delta I_J(2\pi f)|^2 \\ &= \frac{\sqrt{4k_B R T}}{R} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \sqrt{\frac{1 + (2\pi f)^2\tau_0^2}{1 + (2\pi f)^2\tau_{eff}^2}} \end{aligned} \quad (2.93)$$

と求められる。

図 2.4.2 にそれぞれのノイズ電流密度と信号の周波数特性を示す。フォノンノイズとジョンソンノイズの関係を調べるために両者の比をとると

$$\frac{\delta I_p^2(\omega)}{\delta I_j^2(\omega)} = \frac{\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad (2.94)$$

となる。これより、低周波数側ではジョンソンノイズが抑制され、フォノンノイズが $\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma$ 倍大きい。が、 $\omega > \tau_0^{-1}$ ではジョンソンノイズの寄与が大きくなりはじめ、 $\omega \gg \tau_{eff}^{-1}$ ではジョンソンノイズが支配的になる。ジョンソンノイズの抑制については、 $\mathcal{L}_0 \propto \alpha$ であるので、 α が大きい程、すなわち強い ETF がかった状態であるほどジョンソンノイズが抑制されることとなる。

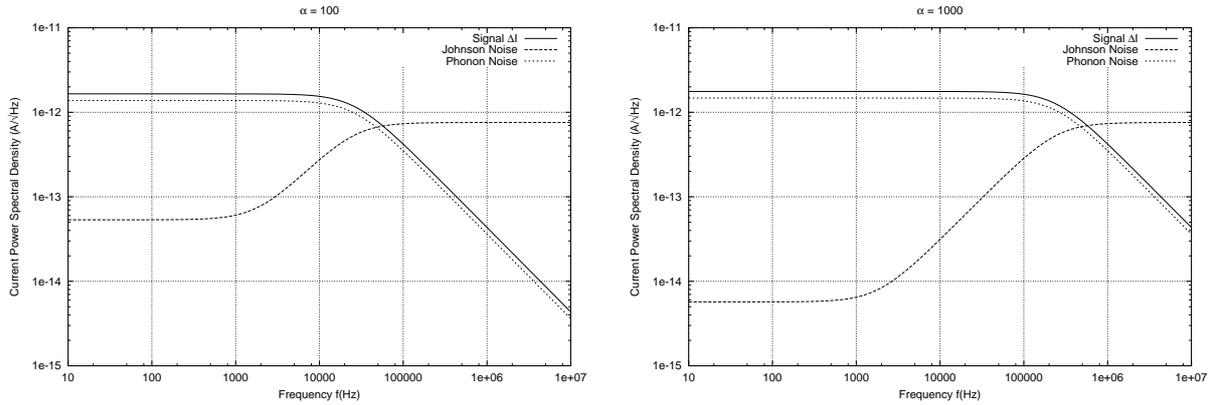


Fig. 2.7: Estimated noise spectra, assuming $\alpha = 100$ (left) or $\alpha = 1000$ (right). Johnson noise is suppressed at low-frequency side by the ETF.

これら全ての電流性ノイズ密度 δI_n は、二乗和によって与えられる。すなわち

$$\begin{aligned} \delta I_n^2(\omega) &= \delta I_{ph}^2 + \delta I_j^2 \\ &= \frac{k_B G T^2 \Gamma}{\pi V^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{eff}^2} + \frac{k_B T}{\pi R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{eff}^2} \\ &= \frac{k_B T}{\pi R} \left(G R T \Gamma + \frac{V^2}{\mathcal{L}_0^2} (1 + \omega^2 \tau_0^2) \right) \frac{1}{V^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{eff}^2} \end{aligned} \quad (2.95)$$

となり、ノイズスペクトルは

$$\delta E_n^2(f) = \frac{4k_B T}{R} \left(G R T \Gamma + \frac{V^2}{\mathcal{L}_0^2} (1 + \omega^2 \tau_0^2) \right) \frac{1}{V^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{eff}^2} \quad (2.96)$$

となる。

2.5 Responce in Actual Curcuit

前節までの議論は完全な定電圧バイアスを前提としているが、実際には冷凍機の配線抵抗があるために定電圧バイアスでカロリメータを動作させることは困難である。そこで TES の残留抵抗よりも十分に小さいシャント抵抗を TES と並列につけて、定電流バイアスとして動作させることで疑似的に定電圧バイアスを実現する。また、読みだしには SQUID を用いており、そのための入力コイルのインダクタンス L_{in} も考慮にいれる必要がある。このときの読みだし回路は図 2.8 のようになる。

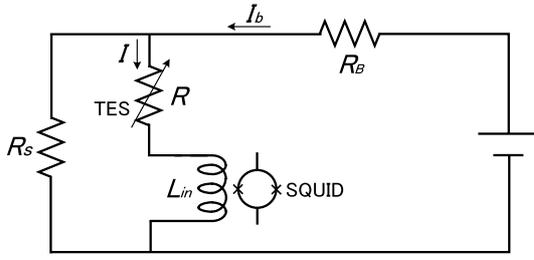


Fig. 2.8: Electric circuit of TES at TMU.

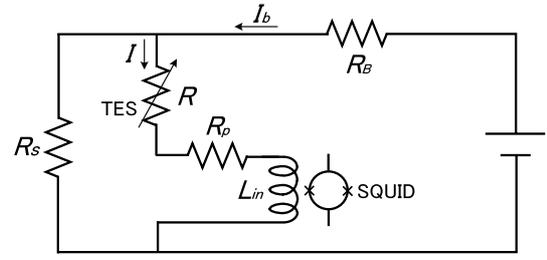
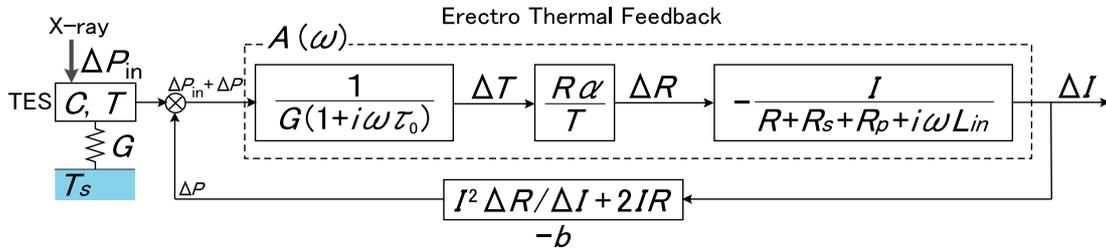


Fig. 2.9: Electric circuit of TES at LLNL.

LLNL 国立研究所での駆動回路においては、SQUID の素子の中に銅を使っている箇所がありそこに抵抗が残ってしまうために、この抵抗 (パラシティック抵抗 R_p) の補正をする必要がある。このときの読みだし回路は図 2.9 のようになり、 R_p は 温度 ~ 1 K の場所に TES に直列に存在する。LLNL においてのこのときのフィードバックダイアグラムは、図 2.10 のようになる。ここでは、図 2.10 の LLNL の駆動回路において、カロリメータの出力がどのように応答されるかを考える。

Fig. 2.10: The ETF diagram taking into account of the shunt resistance R_s and the parasitic resistance R_p .

2.5.1 Current responsivity

図 2.9 のような回路で駆動させる場合、TES に流れる電流 I は

$$I(\omega) = \frac{R_s}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} I_b \quad (2.97)$$

であり、電流変化は

$$\Delta I(\omega) = -\frac{I}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \Delta R(\omega) \quad (2.98)$$

となる。ここで I は定常状態の TES に流れる電流である。このときの電流変化 $\Delta I(\omega)$ は

$$\Delta I(\omega) = -\frac{I}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{R\alpha}{T} \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \Delta P(\omega) \quad (2.99)$$

となり、応答関数が

$$A(\omega) = -\frac{IR\alpha}{GT} \frac{1}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \quad (2.100)$$

となるのがわかる。フィードバックがかからない場合、式 2.99 の $\Delta I(\omega)$ がそのまま出力されることになる。ここで、TES でのジュール発熱 P は

$$P(I) = I^2 R(I) \quad (2.101)$$

であるので、

$$\Delta P(\omega) = 2IR(I)\Delta I(\omega) + I^2\Delta R(\omega) \quad (2.102)$$

$$= I(R - R_s - R_p - i\omega L_{in})\Delta I \quad (2.103)$$

のようになり、フィードバック量

$$b = -I(R - R_s - R_p - i\omega L_{in}) \quad (2.104)$$

で入力 $\Delta P(\omega)$ にフィードバックされることになることがわかる。これらを用いると系のフィードバックダイアグラムは図 2.10 のようになる [15]。これより系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\omega) &= b \times A(\omega) \\ &= -I(R - R_s - R_p - i\omega L_{in}) \times \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \times \frac{R\alpha}{T} \times \left(-\frac{I}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \right) \\ &= \frac{P\alpha}{GT} \frac{R - R_s - R_p - i\omega L_{in}}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \\ &= \mathcal{L}_0 \frac{R - R_s - R_p - i\omega L_{in}}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \end{aligned} \quad (2.105)$$

と求められる。ここで、定常状態時の TES の発熱量 $P = I^2R$ と、式 2.50を用いた。また、

$$\mathcal{L}_3 \equiv \mathcal{L}_0 \frac{R - R_s - R_p - i\omega L_{in}}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \quad (2.106)$$

とおくと、

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{\mathcal{L}_3}{1 + i\omega\tau_0} \quad (2.107)$$

とかけ、式 2.49 で \mathcal{L}_0 を \mathcal{L}_3 におきかえた式と同じになる。ここで、 $L_{in} = 0$ のとき 式 2.106 は

$$\mathcal{L}_3 = \mathcal{L}_0 \frac{R - R_s - R_p}{R + R_s + R_p} \quad (2.108)$$

である。

電流応答性 S_I は、式 2.58 を用いて

$$S_I = \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \quad (2.109)$$

$$= -\frac{1}{I(R - R_s - R_p - i\omega L_{in})} \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{1 + \frac{i\omega\tau_0}{\mathcal{L}_3 + 1}} \quad (2.110)$$

となる。ここで

$$I = I(\omega = 0) = \frac{R_s I_b}{R + R_s + R_p} \quad (2.111)$$

であるので

$$S_I = -\frac{1}{I_b R_s} \frac{R + R_s + R_p}{R - R_s - R_p - i\omega L_{in}} \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{1 + \frac{i\omega\tau_0}{\mathcal{L}_3 + 1}} \quad (2.112)$$

$$= -\frac{1}{I_b R_s} \frac{R + R_s + R_p}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{eff}} \quad (2.113)$$

と計算できる。 $L_{in} = 0$ のとき

$$S_I = -\frac{1}{I_b R_s} \frac{R + R_s + R_p}{R + R_s + R_p} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{eff}} \quad (2.114)$$

である。ここで

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \quad (2.115)$$

とおいた。これは式 2.51 の \mathcal{L}_0 を \mathcal{L}_3 におきかえたものと同じである。したがって

$$\begin{aligned} |S_I(\omega)|^2 &= \left| -\frac{\mathcal{L}_0}{I_b R_s} \frac{R + R_s + R_p}{R + R_s + R_p + i\omega L_{\text{in}}} \frac{1}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \right|^2 \\ &= \frac{\mathcal{L}_0^2}{I_b^2 R_s^2} \times \\ &\quad \frac{(R + R_s + R_p)^2}{[R + R_s + R_p + \mathcal{L}_0(R - R_s - R_p) - \omega^2 \tau_0 L_{\text{in}}]^2 + \omega^2 [L_{\text{in}} - L_{\text{in}} \mathcal{L}_0 + \tau_0(R + R_s + R_p)]^2} \end{aligned} \quad (2.116)$$

が得られる。時間空間での出力電流 $i(t)$ は 式 2.77 と同様な計算から

$$i(t) = \frac{E}{\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{I(R + R_s + R_p)} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.118)$$

$$= -\frac{\alpha E}{CT} I \frac{R}{R + R_s + R_p} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.119)$$

と計算できる。

2.5.2 Pulse spectrum

式 2.72 より $I(\omega)$ を片側エネルギースペクトル $E(f)$ に変換する際のノーマリゼーションは、 $2\sqrt{2}\pi$ と与えられるので、パルスのエネルギースペクトルは

$$\begin{aligned} |E(f)| &= \sqrt{2} 2\pi \left(\frac{E}{2\pi}\right) |S_I(2\pi f)| \\ &= \frac{\sqrt{2} E \mathcal{L}_0}{I_b R_s} \times \\ &\quad \frac{R + R_s + R_p}{\sqrt{[R + R_s + R_p + \mathcal{L}_0(R - R_s - R_p) - (2\pi f)^2 \tau_0 L_{\text{in}}]^2 + (2\pi f)^2 [L_{\text{in}} - L_{\text{in}} \mathcal{L}_0 + \tau_0(R + R_s + R_p)]^2}} \end{aligned} \quad (2.120)$$

となる。

また、

$$\tau_{\text{eff}}(\mathcal{L}_3 + 1) \Big|_{\omega=0} = \tau_0 \equiv \frac{C}{G} \quad (2.122)$$

より C を推測することもできる。

2.5.3 Noise spectrum

以上の結果を用いて今度はノイズスペクトルを計算する。ノイズの寄与を含めた ETF のダイヤグラムを 図 2.11 に示す。

Phonon noise

ω 空間 ($-\infty < \omega < \infty$) でのフォノンノイズのパワースペクトル密度 δI_P は、式 2.84 で与えられる。また、パワースペクトル密度 $S(\omega)$ と片側パワースペクトル密度 $E(\omega)$ との関係は、式 2.85 で与えられるので、これよりフォノンノイズの片側パワースペクトル密度は

$$\begin{aligned} |\delta E_P(f)| &= \sqrt{4\pi} |\delta I_P(2\pi f)| \\ &= \sqrt{4k_B G T^2 \Gamma} |S_I(2\pi f)| \end{aligned} \quad (2.123)$$

となる。

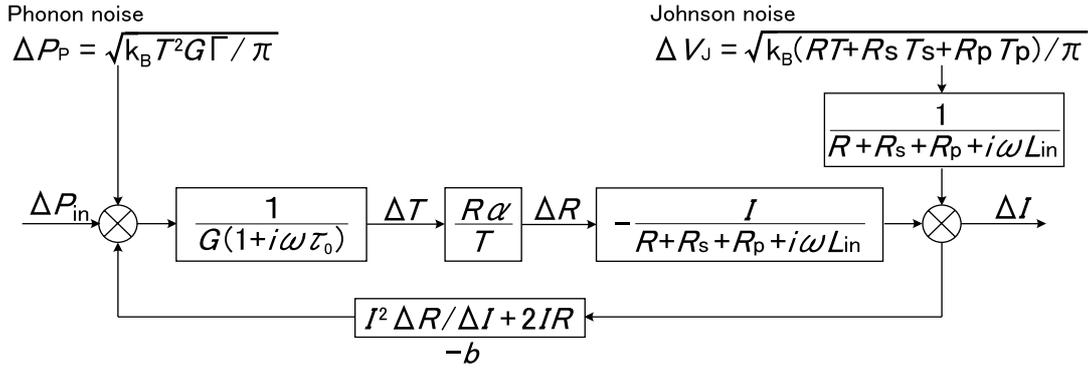


Fig. 2.11: ETF diagram including the phonon noise and the Johnson noise.

Johnson noise

次に、ジョンソンノイズ I_J について考える。図 2.11 のジョンソンノイズの場合も、2.4 節と同様に、図 2.5 のフィードバック回路と同じように考える。図 2.9 の駆動回路の場合、ジョンソンノイズの電圧密度は式 2.87 より

$$\delta V_J^2(\omega) = \frac{k_B (RT + R_s T_s + R_p T_p)}{\pi} \quad (2.124)$$

となる。これより

$$\begin{aligned} \delta I_J(\omega) &= \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \frac{\delta V_J(f)}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \\ &= \frac{\sqrt{k_B (TR + T_s R_s + T_p R_p)}}{\sqrt{\pi} [R + R_s + R_p + i\omega L_{in}]} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0 \frac{R - R_s - R_p - i\omega L_{in}}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0}} \\ &= \frac{\sqrt{k_B (TR + T_s R_s + T_p R_p)}}{\sqrt{\pi} [R + R_s + R_p + i\omega L_{in}]} \times \end{aligned} \quad (2.125)$$

$$\frac{(R + R_s + R_p) - \omega^2 \tau_0 L_{in} + i\omega [(R + R_s + R_p)\tau_0 + L_{in}]}{(R + R_s + R_p) + \mathcal{L}_0 (R - R_s - R_p) - \omega^2 \tau_0 L_{in} + i\omega [\tau_0 (R + R_s + R_p) + L_{in} - L_{in} \mathcal{L}_0]} \quad (2.126)$$

と計算できる。したがって

$$\begin{aligned} |\delta I_J(\omega)|^2 &= \frac{k_B (TR + T_s R_s + T_p R_p)}{\pi [(R + R_s + R_p)^2 + \omega^2 L_{in}^2]} \times \\ &\quad \frac{[(R + R_s + R_p) - \omega^2 L_{in} \tau_0]^2 + \omega^2 [(R + R_s + R_p)\tau_0 + L_{in}]^2}{[(R + R_s + R_p) + \mathcal{L}_0 (R - R_s - R_p) - \omega^2 \tau_0 L_{in}]^2 + \omega^2 [\tau_0 (R + R_s + R_p) + L_{in} - L_{in} \mathcal{L}_0]^2} \end{aligned} \quad (2.127)$$

となる。ジョンソンノイズについても式 (2.85) が成り立ち、したがってジョンソンノイズの片側パワースペクトル密度は

$$\begin{aligned} |E_J(f)| &= \sqrt{4\pi} |\delta I_J(2\pi f)|^2 \\ &= \sqrt{\frac{4k_B (TR + T_s R_s + T_p R_p)}{(R + R_s + R_p)^2 + (2\pi f)^2 L_{in}^2}} \times \\ &\quad \sqrt{\frac{[(R + R_s + R_p) - (2\pi f)^2 L_{in} \tau_0]^2 + (2\pi f)^2 [(R + R_s + R_p)\tau_0 + L_{in}]^2}{[(R + R_s + R_p) + \mathcal{L}_0 (R - R_s - R_p) - (2\pi f)^2 \tau_0 L_{in}]^2 + (2\pi f)^2 [\tau_0 (R + R_s + R_p) + L_{in} - L_{in} \mathcal{L}_0]^2}} \end{aligned} \quad (2.128)$$

と求められる。フォノンノイズスペクトルとジョンソンノイズスペクトルの 2 乗和 E_n^2 は

$$E_n^2(f) = E_P^2(f) + E_J^2(f)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4k_B}{[R + R_s + R_p + \mathcal{L}_0(R - R_s - R_p) - (2\pi f)^2 \tau_0 L_{in}]^2 + (2\pi f)^2 [L_{in} + \tau_0(R + R_s + R_p) - L_{in} \mathcal{L}_0]^2} \\
&\times \left[\left(\frac{\mathcal{L}_0}{I_b R_s} (R + R_s + R_p) \right)^2 GT^2 \Gamma + \frac{RT + R_s T_s + R_p T_p}{(R + R_s + R_p)^2 + (2\pi f)^2} \right] \quad (2.129)
\end{aligned}$$

都立大での測定結果の評価については、これらの式において単に $R_p = 0$ とするだけでよい。

Bias voltage fluctuation noise

次にバイアス電圧 V_b が ΔV_b ゆらいでいるとき、どのようなノイズとして応答されるかを考える。これは電圧性ノイズであり、ジョンソンノイズと同じような周波数依存性をもつことが予想される。このときのフィードバック回路は、図 2.12 のようになり、したがってこの回路より出力される応答 δI を求めればよい。

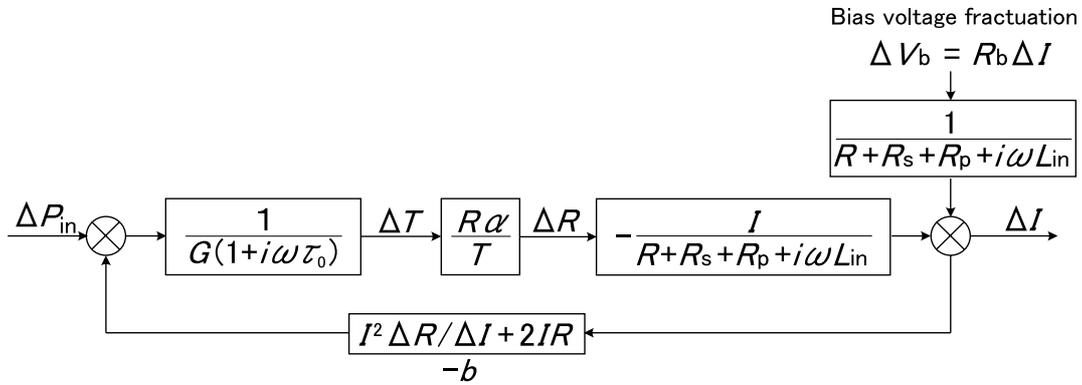


Fig. 2.12: ETF diagram including the bias voltage fluctuation of ΔV_b

まず、バイアス電圧 V_b は

$$V_b = R_b I_b \quad (2.130)$$

であり、このゆらぎ ΔV_b は

$$\Delta V_b = R_b \Delta I_b \quad (2.131)$$

である。このバイアス電流のゆらぎによって、TES をながれる電流は式 (2.97) より

$$\Delta I(\omega) = \frac{R_s}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \Delta I_b \quad (2.132)$$

$$= \frac{R_s}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{\Delta V_b}{R_b} \quad (2.133)$$

となる。これを用いて図 2.12 のフィードバック回路にあてはめて考えると、このときの TES の応答 $\delta I_{\Delta V_b}(\omega)$ は

$$\begin{aligned}
\delta I_{\Delta V_b}(\omega) &= \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta I \\
&= \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \frac{R_s}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{\delta V_b(f)}{R_b} \\
&= \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0 \frac{R - R_s - R_p - i\omega L_{in}}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{1}{1 + i\omega \tau_0}} \frac{1}{R + R_s + R_p + i\omega L_{in}} \frac{R_s}{R_b} \delta V_b(f)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1 + i\omega\tau_0}{(R + R_s + R_p) + \mathcal{L}_0(R - R_s - R_p) - \omega^2\tau_0 L_{in} + i\omega[(R + R_s + R_p)\tau_0 + L_{in} - \mathcal{L}_0 L_{in}]} \frac{R_s}{R_b} \delta V_b(f) \quad (2.134)$$

と計算できる。よって

$$\begin{aligned} \delta I_{dV_b}^2(\omega) &= \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{[(R + R_s + R_p) + \mathcal{L}_0(R - R_s - R_p) - \omega^2\tau_0 L_{in}]^2 + \omega^2[(R + R_s + R_p)\tau_0 + L_{in} - \mathcal{L}_0 L_{in}]^2} \\ &\times \left(\frac{R_s}{R_b}\right)^2 |\delta V_b(f)|^2 \end{aligned} \quad (2.135)$$

が成り立ち、バイアス電圧のゆらぎによるノイズの片側パワースペクトル密度は

$$\begin{aligned} |\delta E_{dV_b}(f)| &= \sqrt{\frac{1 + (2\pi f)^2\tau_0^2}{[(R + R_s + R_p) + \mathcal{L}_0(R - R_s - R_p) - (2\pi f)^2\tau_0 L_{in}]^2 + (2\pi f)^2[(R + R_s + R_p)\tau_0 + L_{in} - \mathcal{L}_0 L_{in}]^2}} \\ &\times \left(\frac{R_s}{R_b}\right) |\delta V_b(f)| \end{aligned} \quad (2.136)$$

となる。

2.6 Digital Filter Process

TES 型マイクロカロリメータが、原理的に非常に優れた性能をもつことは述べてきたとおりである。しかしながら実際にはパルスに混入したノイズがそのまま加算されてしまうので、単純にパルスのピーク値をとっただけでは、理想とするエネルギー分解能を得ることはできない。そこで、その性能を最大限に引き出すために、X 線パルスの大きさを S/N を最大になるように定める最適フィルタ処理を行う。すべてのサンプルを用いて、平均化によってノイズを減らしてパルスハイトを求めるといこの手法によって、ファクター数倍の S/N の改善が行うことができる。この手法は、Astro-E2 衛星の XRS 検出器の信号処理でも用いられている。この節ではこの最適フィルタ処理とその結果得られるエネルギー分解能について述べる。

2.6.1 Optimum filter

はじめにデジタルフィルタ処理について簡単に説明する。まず、取得した X 線パルス $D(t)$ の平均パルスを作成し、周波数空間にフーリエ変換を行う。この平均パルスを AvgPulse、スペクトルを PulseSpec と呼ぶ。次に周波数空間において、パルススペクトルにノイズスペクトル $N(f)$ で重みをつけテンプレート $\mathcal{T}(t)$ を作成する。このテンプレートを個々のパルスとクロスコリレーションをとり、最大になる時の値をパルスハイトとする。これを入射 X 線のエネルギーに相当するように規格化を行うとエネルギースペクトルが作成できる。しかし、この最適フィルタ処理は X 線パルス波形が常に同じであり、パルスとノイズが完全に独立であるという仮定を含んでいることを念頭においておく必要がある。

測定から得られたパルスを $D(f)$ とする。これは周波数空間では、規格化されたモデルパルス $M(f)$ にパルスハイト A をかけたものにノイズ成分 $N(f)$ が含まれたものであり、

$$D(f) = A \times M(f) + N(f) \quad (2.137)$$

のようにかける。これをモデルパルスと呼ぶ。

パルスハイト A はノイズを含む生データとパルス波形のモデルとの差を最小にするものである。つまり、実際に得られたパルスとモデルの残差 χ を最小にするような A を最小二乗法で求めてやれば良い。

$$\chi^2 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|D(f) - A \times M(f)|^2}{|N(f)|} df \quad (2.138)$$

と書けるので、 χ^2 の微分が 0 になるような A は、

$$A = \frac{\int \frac{DM^* + D^*M}{2|N|^2} df}{\int \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \quad (2.139)$$

で与えられる。 $D(f)$ 、 $M(f)$ は実関数のフーリエ成分なので $D(-f) = D(f)^*$ 、 $M(-f) = M(f)^*$ となるので、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(f)M(f)^*}{2|N(f)|^2} df = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(-f)M(-f)^*}{2|N(f)|^2} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(f)^*M(f)}{2|N(f)|^2} df \quad (2.140)$$

が成立することから、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^*}{|N(f)|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \quad (2.141)$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{M} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (2.142)$$

と記述できる。この式から A は $|M(f)/N(f)|^2$ を重みとした場合の周波数空間での S/N 比 $D(f)/M(f)$ の平均値を表していることがわかる。また、式 2.142 は \mathcal{F}^{-1} を逆フーリエ変換として、

$$\mathcal{T}(t) \equiv \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right) \quad (2.143)$$

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t) \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M(f)}{N(f)} \right|^2 df} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t) \mathcal{T}(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M(f)}{N(f)} \right|^2 df} \quad (2.144)$$

と変形できる。ここで用いた $\mathcal{T}(t)$ を最適フィルタのテンプレートと呼ぶ。

従って、例えば X 線の入射によってあるパルス $D(t)$ が得られたとすると、そのパルスの時間積分値 S はテンプレートを用いることで、 S を適当な規格定数として、

$$S = S \int D(t) \mathcal{T}(t) dt \quad (2.145)$$

あるいは、離散的なデータに対して、

$$S = S \sum_I D_I(t) \mathcal{T}_I(t) \quad (2.146)$$

となる。ここで $D_I(t)$ 、 $\mathcal{T}_I(t)$ はデジタル化されたパルスデータとテンプレートである。ノイズが完全に白色である時、すなわち周波数空間でフラットな場合は、テンプレートはもとの平均パルスと一致する。よって、この方法で得たテンプレートを用いて個々のパルスに適用させてスペクトルを書けば良い。

2.7 Energy Resolution

周波数空間でのノイズ等価パワー $NEP(f)$ (Noise Equivalent Power) を、周波数空間での電流応答性 $S_I(f)$ とノイズの片側パワースペクトルすなわちノイズスペクトル $E_n(f)$ を用いて

$$NEP(f) \equiv \left| \frac{E_n(f)}{S_I(f)} \right| \quad [\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (2.147)$$

と定義する。カロリメータの応答が $\propto \exp(-t/\tau)$ と仮定した際、最適フィルタを用いて処理を行うことで、 $NEP(f)$ から求まるエネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^\infty \frac{4}{NEP^2(f)} df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.148)$$

と表される [16]。

また、パルススペクトル $E_s(f)$ とノイズスペクトル $E_n(f)$ の比を S/N 比スペクトルと定義し

$$SN(f) \equiv \sqrt{2} \frac{E_s(f)}{E_n(f)} \quad (2.149)$$

とあらわすとする。ここで入射 X 線のエネルギーを E とすると、式 (2.73) より

$$|S_I(f)| = \frac{E_s(f)}{\sqrt{2E}} \quad (2.150)$$

とかけるので、これより $NEP(f)$ と $SN(f)$ との間には

$$NEP(f) = \frac{E_n(f)}{E_s(f)/\sqrt{2E}} = \frac{2E}{SN(f)} \quad (2.151)$$

という関係が成り立つ。したがって、エネルギー分解能は

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35 \left(\int_0^\infty \frac{4}{NEP^2(f)} df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.152)$$

$$= 2.35E \left(\int_0^\infty SN^2(f) df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.153)$$

$$= 2.35E \left(\int_0^\infty 2 \left| \frac{E_s(f)}{E_n(f)} \right|^2 df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.154)$$

となる。

2.7.1 Intrinsic Energy Resolution

For TES only

はじめに、簡単のため TES のみを考慮した回路での理想的なエネルギー分解能を考える。ノイズスペクトル E_n の式 (2.96) と電流応答性 S_n の式 (2.59) から ノイズ等価パワー NEP は

$$NEP^2(\omega) = \left| \frac{\delta I_n}{S_I} \right|^2 = \frac{k_B T}{\pi R} \left(GRT\Gamma + \frac{V^2}{\mathcal{L}_0^2} (1 + \omega^2 \tau_0^2) \right) \quad (2.155)$$

$$NEP^2(f) = \left| \frac{\delta I_n}{S_I} \right|^2 = \frac{4k_B T}{R} \left(GRT\Gamma + \frac{V^2}{\mathcal{L}_0^2} (1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2) \right) \quad (2.156)$$

のように求まる。これより、式 2.156 を代入することで

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^\infty \frac{4}{\frac{4k_B T}{R} \left(GRT\Gamma + \frac{V^2}{\mathcal{L}_0^2} (1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2) \right)} df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.157)$$

$$= \sqrt{\frac{4k_B T}{R} \tau_0 \frac{V^2}{\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{V^2} GRT\Gamma}} \quad (2.158)$$

$$= \sqrt{k_B T^2 C \frac{4V^2}{GTR\Gamma} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{V^2} GRT\Gamma}} \quad (2.159)$$

と表すことができる。ここで

$$\xi \equiv 2 \sqrt{\frac{V^2}{GRT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{V^2} GRT\Gamma}} \quad (2.160)$$

とにおいて [16]、エネルギー分解能を半値全幅 (FWHM: Full Width at Half Maximum) で表すと、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35 \Delta E_{\text{rms}} = 2.35 \xi \sqrt{k_B T^2 C(T)} \quad (2.161)$$

となる。また、 ξ は式 (2.50) から、

$$\xi = 2 \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \alpha\Gamma\mathcal{L}_0}}{\alpha\mathcal{L}_0}} \quad (2.162)$$

と書くことができる。 $T_s \ll T$ においては、 $\Gamma \sim 1/2$ 、 $P_b \sim GT/n$ 、 $\mathcal{L}_0 \sim \alpha/n$ となるので、

$$\xi \sim \sqrt{\frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{n}{2}}} \quad (2.163)$$

と表すことができる。さらに α が十分に大きい場合には intrinsic なエネルギー分解能は $1/\sqrt{\alpha}$ に比例して良くなることがわかり、 $\alpha = 1000$ とすると、 $\xi < 0.1$ にもなる [17]。

Contribution of R_s and R_p

実際の駆動回路の場合、シャント抵抗 R_s とパラシティック抵抗 R_p の寄与を考える必要がある。これを考慮した式を用いて、前節と同様に E_n の式 (2.129) と S_n の式 (2.117) からノイズ等価パワー NEP は

$$\begin{aligned} \text{NEP}^2(f) &= \left| \frac{E_n(f)}{S_I(f)} \right|^2 \\ &= 4k_B \left[GT^2\Gamma + \left(\frac{I_b R_s}{\mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{RT + R_s T_s + R_p T_p}{(R + R_s + R_p)^2 + (2\pi f)^2} \times \right. \\ &\quad \left. \frac{[R + R_s + R_p - (2\pi f)^2 \tau_0 L_{\text{in}}]^2 + (2\pi f)^2 [\tau_0 (R + R_s + R_p) + L_{\text{in}}]^2}{R + R_s + R_p} \right] \end{aligned} \quad (2.164)$$

と求まる。エネルギー分解能は、上式を式 (2.153) に代入すれば求まる。実際の見積もりにおいては、式 (2.159) より、実際に測定で得られたパルススペクトルと見積もりのノイズスペクトル $E_n(f)$ の比である SN 比スペクトルを用いて計算を行っている。入力電圧のゆらぎによるノイズについても、同様の方法を用いてエネルギー分解能を見積もることが可能である。

2.7.2 Contribution of the readout noise

読みだし系のノイズのエネルギー分解能への寄与を導く場合は、基本的にはベースラインノイズを計算する時と同じで、カロリメータが常伝導の時にとったノイズデータにテンプレートを適用させて分解能を求めるという方法を用いる。したがって

$$\Delta E_0 = 2.35 \times E \left(\int_0^\infty \frac{|M(f)|^2}{|N(f)||N_{\text{nomal}}(f)|} df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad [\text{eV}] \quad (2.165)$$

となる。このとき実際には、常伝導の時のノイズには、ジョンソンノイズも含んでいるはずであるので、正確にはジョンソンノイズの寄与を除くことが望ましい。

2.7.3 Contribution of the bath temperature fluctuation

熱浴の温度ゆらぎ ΔT_s がエネルギー分解能 ΔE にどのような影響を及ぼすかを考える。ここで、この温度ゆらぎ ΔT_s のタイムスケールは、有効時間定数 τ_{eff} よりも十分に長いとする。まず、 T_s が $T_s \rightarrow T_s + \Delta T_s$ と変化したとき、TES の温度 T 、抵抗 R 、流れる電流 I が、 $T \rightarrow T + \Delta T$ 、 $R \rightarrow R + \Delta R$ 、 $I \rightarrow I + \Delta I$ と変化するとする。このとき、熱浴と温度との関係は熱平衡方程式

$$RI^2 = \frac{G_0}{n}(T^n - T_s^n) \quad (2.166)$$

より

$$\begin{aligned} (R + \Delta R)(I + \Delta I)^2 &= \frac{G_0}{n}((T + \Delta T)^n - (T_s + \Delta T_s)^n) \\ 2RI\Delta I + I^2\Delta R &= G_0(\Delta TT^{n-1} - \Delta T_s T_s^{n-1}) \end{aligned} \quad (2.167)$$

である。ここで、TES の温度が ΔT 変化したときの抵抗変化 ΔR は、式 (1.14) より

$$\Delta R = \frac{\alpha R}{T}\Delta T \quad (2.168)$$

となる。また、TES を流れる電流変化 ΔI は、式 (2.98) で $Lin = 0$ のときの

$$\Delta I = -\frac{I}{R + R_s + R_p}\Delta R \quad (2.169)$$

を用いればよい。これより、式 (2.168)、(2.169) を式 (2.167) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} G_0 T_s^{n-1} \Delta T_s &= \left(\frac{GT}{\alpha R} \Delta R + \frac{2RI^2}{R + R_s + R_p} \Delta R - I^2 \Delta R \right) \\ \Delta T_s &= \frac{1}{G \left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1}} \left(\frac{GT}{\alpha R} + \frac{R - R_s - R_p}{R + R_s + R_p} I^2 \right) \Delta R \\ &= \frac{\alpha R I^2}{GT \left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1}} \left(\frac{GT}{\alpha R I^2} + \frac{R - R_s - R_p}{R + R_s + R_p} \right) \Delta T \\ &= \mathcal{L}_0 \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0} + \frac{R - R_s - R_p}{R + R_s + R_p} \right) \left(\frac{T}{T_s} \right)^{n-1} \Delta T \\ &= (1 + \mathcal{L}_3) \left(\frac{T}{T_s} \right)^{n-1} \Delta T \end{aligned} \quad (2.170)$$

となる。ここで、式 (2.50)、(2.108) を用いた。したがって

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{1 + \mathcal{L}_3} \left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1} \frac{\Delta T_s}{T} \quad (2.171)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\alpha}{T} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_3} \left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1} \Delta T_s \quad (2.172)$$

$$= n \frac{\left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1}}{1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_3} \frac{\Delta T_s}{T} \quad (2.173)$$

$$\frac{\Delta I}{I} = -\frac{1}{R + R_s + R_p} \frac{\alpha R}{T} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_3} \left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1} \Delta T_s \quad (2.174)$$

$$= -n \frac{\left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1}}{1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n} \frac{R}{R + R_s + R_p} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_3} \frac{\Delta T_s}{T} \quad (2.175)$$

$$= -n \frac{\left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1}}{1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n} \frac{R}{R - R_s - R_p} \frac{\mathcal{L}_3}{1 + \mathcal{L}_3} \frac{\Delta T_s}{T} \quad (2.176)$$

と計算できる。ここで、式 (2.52) を用いた。

次に X 線パルスハイト PH は式 (2.119) より

$$\begin{aligned} PH &= \frac{E}{\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{I(R + R_s + R_p)} \\ &= -\frac{\alpha E}{CT} I \frac{R}{R + R_s + R_p} \end{aligned} \quad (2.177)$$

である。温度ゆらぎ ΔT_s によって変化させられたパルスハイト PH' は、熱容量 C と温度計の感度 α が一定であると仮定すると

$$PH' = -\frac{\alpha E}{C(T + \Delta T)} (I + \Delta I) \frac{(R + \Delta R)}{(R + \Delta R) + R_s + R_p} \quad (2.178)$$

となる。ここで、デジタルフィルタ処理を行って得た S/N 比が最大となるように定めたパルスハイト PHA が $PHA \sim PH$ であると仮定すると、温度ゆらぎ ΔT_s がもたらすエネルギー分解能への寄与 $\Delta E_{\Delta T_s}$ は

$$\Delta E_{\Delta T_s \text{ FWHM}} = 2.36 \frac{PH' - PH}{PH} E \quad (2.179)$$

である。以上の結果を用いれば、温度ゆらぎに対するエネルギー分解能の寄与が求められる。

第一近似では、

$$\begin{aligned} PH' - PH &= \frac{\partial PH}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial PH}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial PH}{\partial I} \Delta I \\ &= -PH \frac{\Delta T}{T} + PH \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R + R_s + R_p} \right) \Delta R + PH \frac{\Delta I}{I} \end{aligned} \quad (2.180)$$

であるので、式 (2.179) は

$$\Delta E_{\Delta T_s \text{ FWHM}} = 2.36 \left(-\frac{\Delta T}{T} + \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R + R_s + R_p} \right) \Delta R + \frac{\Delta I}{I} \right) E \quad (2.181)$$

となる。式 (2.171)、(2.172)、(2.175) よりエネルギー分解能は $\Delta I/I$ に大きく依存する。また、式 (2.176) より

$$\frac{\Delta I}{I} \sim -n \frac{\left(\frac{T_s}{T} \right)^{n-1}}{1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n} \frac{\Delta T_s}{T}$$

となるので、 ΔT_s に対する応答は T_s/T によって決まることがわかる。したがって、 T_s/T をできるだけ小さくすることによって温度ゆらぎに対する影響を少なくできる。しかし、 T_s を下げすぎると今度は冷凍器の温度ゆらぎが大きくなってしまうという恐れもあるので気を付ける。

実際の測定では、 $T \sim 150$ mK、 T_s は 都立大では ~ 60 mK、LLNL では ~ 100 mK であるので、都立大では $T_s/T \sim 0.4$ 、LLNL では ~ 0.6 となる。

Chapter 3

SII-14b CALORIMETER

都立大、ISAS、セイコーインスツルメンツ株式会社 (SII: Seiko Instruments Inc.) との共同開発による TES 型マイクロカロリメータ素子 [18] のうち、最も優れた性能をもつ SII-14 と名付けたカロリメータについてこの論文で取り上げる。

3.1 Size and Structure

SII type カロリメータは、図 3.1 に示すような構造をしており、SiN の薄い膜で TES を支え、この SiN が TES と低温熱浴間のサーマルリンクとなる。この TES を支える橋のような薄い膜をメンブレンとよんでいる。本論文で性能評価を行う SII-14 カロリメータの基板は SiN/Si で、メンブレンの組成は SiN の 1 層であり、Si と N の比は 3 : 4 となっている。メンブレンの大きさは $1700 \mu\text{m} \times 700 \mu\text{m}$ で厚さは $1 \mu\text{m}$ である。TES には Ti/Au の二層薄膜を用いている。TES は Ti、Au の順にスパッタされており、TES の大きさは $500 \mu\text{m} \times 500 \mu\text{m}$ 、厚みは Ti/Au = 40/110 nm である。この上に $300 \mu\text{m} \times 300 \mu\text{m}$ の Au 吸収体が 300nm スパッタされている。配線には Nb を用いており、下に Ti が配線までのびている。厚さは 200nm である。図 3.2 に模式図と断面図を示す。

吸収体の上には吸収体部分にのみ X 線があたるように、厚さ 0.3mm 、 $0.2 \text{m}\phi$ のサファイアカロリメータが取り付けられている。サファイアカロリメータは、厚み $300 \mu\text{m}$ の Si 基板を脇にはさんでワニスで Si 基板に接着されている。線源とカロリメータ間は $\sim 5 \text{mm}$ である。

また SII type カロリメータは、図 3.3 に示すように、再現性も評価できるように同一基板上に 2 つのカロリメータ構造を製作しており、左を a、右を b と呼んで区別している。SII-14 カロリメータのボンディング後の常温抵抗は、SII-14a で 112.89Ω 、SII-14b で 115.11Ω で、パット上とは導通はない。a、b についてはパラメータや製作上の変更点はなく同じ素子であるが、本論文では、5.1.1 節の結果より主に SII-14b について性能評価を行った。ここで 図 3.1 は、SII-14b のカロリメータの顕微鏡写真である。

3.2 Heat Capacity

カロリメータ各部の熱容量を、各元素の比熱より見積もる。ただし、これらの値はそれぞれの物質単体での熱容量であり、接合部での影響などは考慮しない。この見積もりに用いたパラメータを表 3.1 に示す。

また、各部のサイズより、温度 T における個々の熱容量を見積もった結果を表 3.2 - 3.4 に示す。

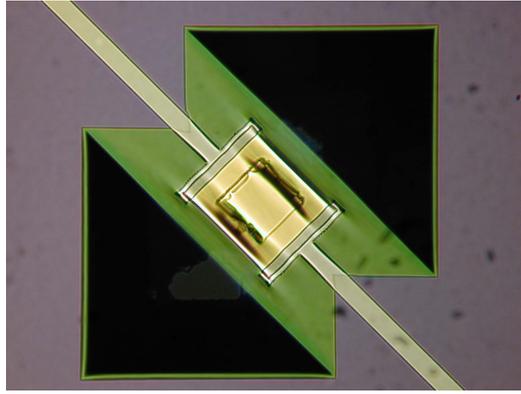


Fig. 3.1: A microscope picture of SII-14b. The TES size is 0.5×0.5 mm, thickness of Ti/Au = 40/110 nm, and the Au absorber size is 0.3×0.3 mm, thickness of 300 nm, on the TES. Two black triangular areas are completely removed. A thin silicon-nitride (SiN_x) membrane, which is processed into a bridge shape, supports the TES and forms a weak thermal link to the silicon wafer.

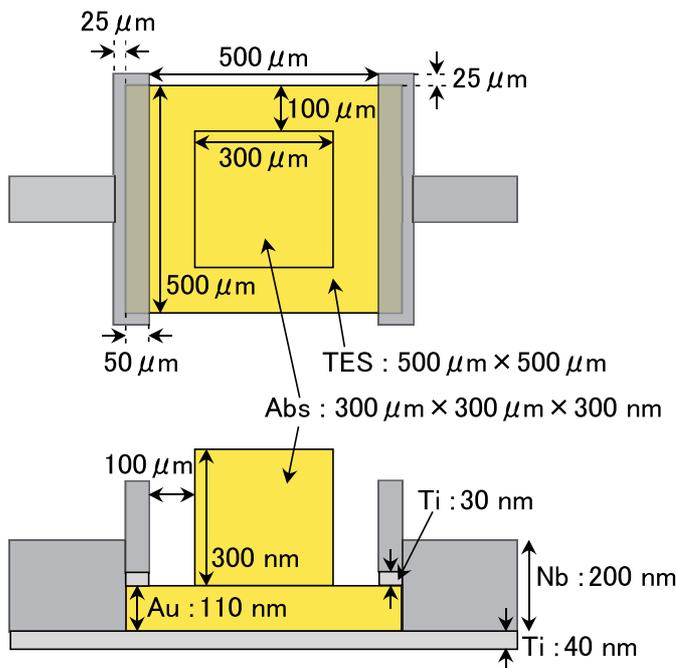


Fig. 3.2: Dimensions of the SII-14b calorimeter, top view and cross section.

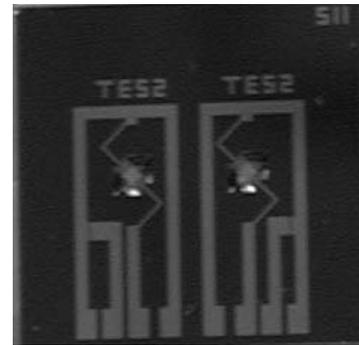


Fig. 3.3: A picture of the SII-14 chip. There are two TES calorimeters called SII-14a (left) and SII-14b (right). Size of the picture is about $15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$.

この計算に用いた温度については、5.1.2 節の測定結果を用いて、転移温度 $T_c = 151 \text{ mK}$ であるとして計算を行った。格子比熱の見積もりには式 (2.6) を用いた。超伝導状態の電子比熱の見積もりには、配線の Ti と Nb については転移温度より十分低いとして式 (2.10) を用いた。TES の Ti については式 (2.11) を用い、常伝導状態の電子比熱の見積もりには式 (2.8) を用いた。ここで、配線については、超伝導状態の熱容量を、サイズが $600 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$ であるとして計算しており、表 3.3 では、2 本分を足し合わせた値で示している。またメンブレン (SiN) については、Si として計算し

た (表 3.4)。

TES の熱容量は、超伝導常伝導遷移端において使用するため、遷移端時の熱容量を求めることが必要であるが、そのふるまいを正確に見積もることはできない。ここでは、転移温度 (151 mK) での Ti の電子比熱 c_e を、常伝導時の比熱 c_{en} と超伝導時の比熱 c_{es} 、

$$c_{e(\text{Ti})} = \frac{1}{2}(c_{en} + c_{es}) \quad (3.1)$$

と表すことができるとして見積もりを行った。熱容量 C の温度依存性を 図 3.4 に示す。

Table 3.1: Material parameters of the SII-14 calorimeter [19].

element	atomic weight M [g/mol]	Sommerfeld coefficient γ [mJ/mol/K ²]	density ρ [g/cm ³]	Debye temperature θ_D [K]	transition temperature (bulk) T_c [K]
Si	28	0	2.33	645	–
Ti	48	3.35	4.51	420	0.39
Au	197	0.689	19.28	165	–
Nb	93	7.79	8.56	275	9.23

Table 3.2: Heat capacity of the TES [pJ/K].

	Ti	Au	Au (absorber)
size [$\mu\text{m} \times \mu\text{m} \times \text{nm}$]	$500 \times 500 \times 40$	$500 \times 500 \times 110$	$300 \times 300 \times 300$
normal state	$2.47 \times 10^{-2} \times T^3 + 3.15 \times T$	$1.17 \times T^3 + 1.89 \times T$	$1.15 \times T^3 + 1.83 \times T$
superconducting state	$2.47 \times 10^{-2} \times T^3 + 2.43 \times 3.15 \times T$		
@ $T_c = 151$ mK	0.97 0.48: normal state 1.16: superconducting state	0.29	0.28

Table 3.3: Heat capacity of wires [pJ/K].

	Ti	Nb
size [$\mu\text{m} \times \mu\text{m} \times \text{nm}$]	$600 \times 100 \times 40 \times 2$	$600 \times 100 \times 200 \times 2$
superconducting state	$0.01 \times T^3 + 5.01 \times \exp(-0.56/T)$	$0.21 \times T^3 + 7.32 \times 10^{-3} \times \exp(-13.29/T)$
@ $T_c = 151$ mK	0.12	0.07×10^{-2}

Table 3.4: Heat capacity of the membrane [pJ/K].

	SiN (calculation of Si)
size [$\mu\text{m} \times \mu\text{m} \times \mu\text{m}$]	$1700 \times 700 \times 1$
	$0.72 \times T^3$
@ $T_c = 151$ mK	0.25×10^{-2}

これより、カロリメータ SII14b の TES、メンブレン、配線を含んだ常伝導 - 超伝導遷移時の $T = 151$ mK における熱容量 C は、

$$C = 1.7 \text{ [pJ/K]}$$

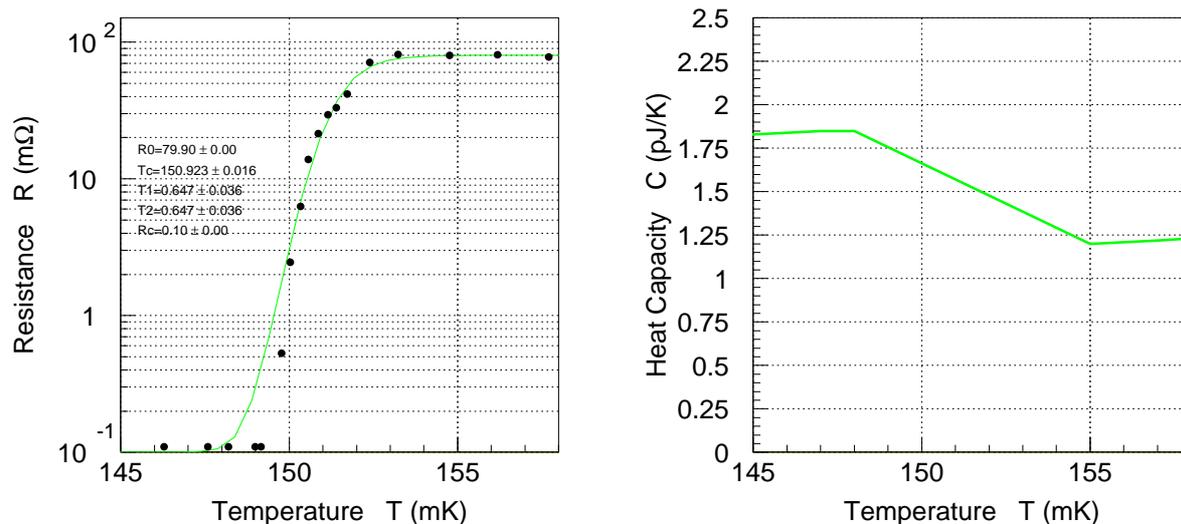


Fig. 3.4: Left: R - T curve (the details are described in § 5). Right: The TES temperature T vs. the heat capacity C using Table 3.2, Table. 3.3, and Table 3.4.

と求められる。また、 $T = 151$ mK において TES が完全に常伝導状態のときと、超伝導状態にあるときの熱容量 C_n 、 C_s は

$$C_n = 1.2 \quad [\text{pJ/K}]$$

$$C_s = 1.9 \quad [\text{pJ/K}]$$

となる。ここで、 $T = 151$ mK において、5.9 keV の X 線が入射したときの温度上昇は、式 (1.4) より

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{5.9 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.7 \times 10^{-12}} \\ &= 0.6 \quad [\text{mK}] \end{aligned}$$

となる。

Chapter 4

EXPERIMENTAL SETUP AND MEASUREMENT ENVIRONMENT

TES 型マイクロカロリメータの特性評価及び X 線照射実験は、東京都立大学 (TMU: Tokyo Metropolitan University)、及び米国 Lawrence Livermore National Lablatry (LLNL) にて行った。LLNL では、読みだしノイズの少ない測定環境をもち、幅広いエネルギー帯域で X 線照射を行うことが可能であることから、素子の性能をより詳細に調べることができると考え、共同実験を行うこととなった。

TES 型カロリメータの微小な電流変化の読み出しには、両機関とも SQUID (超伝導量子干渉計) を用いている。SQUID を使用する理由として、低インピーダンス、低ノイズという 2 つの条件を満たしていることがあげられ、また極低温で動作できるということも大きな利点である。

この 4 章 では、両機関で用いた実験装置について簡単にふれ、実際の測定でのセットアップ、測定環境について説明する (都立大については [20]、[21])。

4.1 Refrigerator

カロリメータの性能を引き出すには、極低温で動作させることが必須であり、 ~ 100 mK 以下の冷凍能力をもつ冷凍器が必要である。この冷凍器として、東京都立大学では希釈冷凍器、LLNL では断熱希釈冷凍器 (ADR) を使用した。希釈冷凍器は、冷却能力が大きく、液体 He がなくなる限り一定の温度を保ち続けることが可能である。ADR は、希釈冷凍器に比べて軽量、コンパクトな設計で、液体 He 消費量も少なく、温度安定度が高いが、磁場を制御することで温度制御を行うために、磁場の影響を受けやすい超伝導薄膜の TES カロリメータ、また SQUID を扱う際にはそのディテクターステージの磁気シールドなどに気を使う必要がある。

以下では、実際に用いた冷凍器について簡単に説明する。

4.1.1 Dilution refrigerator

^3He - ^4He 希釈冷凍器の冷却は、液体 ^3He と液体 ^4He との混合希釈によってなされる。 ^3He - ^4He 混合液 (mixture) は、0.87 K 以下で超流動性を示さない ^3He 含量の多い ^3He -濃厚層 (concentrated phase) と超流動性を示す ^3He 含量の少ない ^3He -希薄層 (dilution phase) とに分離する。冷却は、 ^3He -濃厚相と ^3He -希薄相中の ^3He のエンタルピーの違いを利用するもので、 ^3He -濃厚相から ^3He -希薄相へ ^3He が混入するときに吸熱がおこる [22]。

都立大にて使用した希釈冷凍機は、OXFORD Kelvinox25 型希釈冷凍機であり、高さ 124 cm、直径 39.4 cm の円柱形をしている。この希釈冷凍器の模式図を 図 4.1 に示す。液体 He を 50 l 使用することにより約 50 時間連続で循環運転が可能である。冷却能力は $\sim 25\mu\text{W}$ 、最低到達温度は、 $\sim 60\text{ mK}$ である。

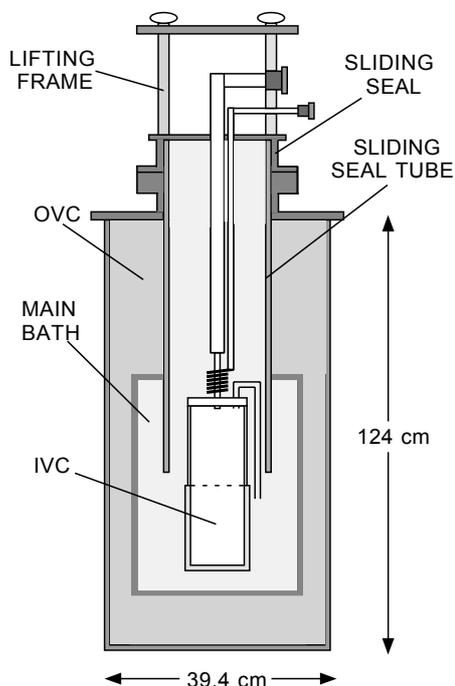


Fig. 4.1: Cross section of a dilution refrigerator Kelvinox 25 (Oxford Inc.) at TMU.

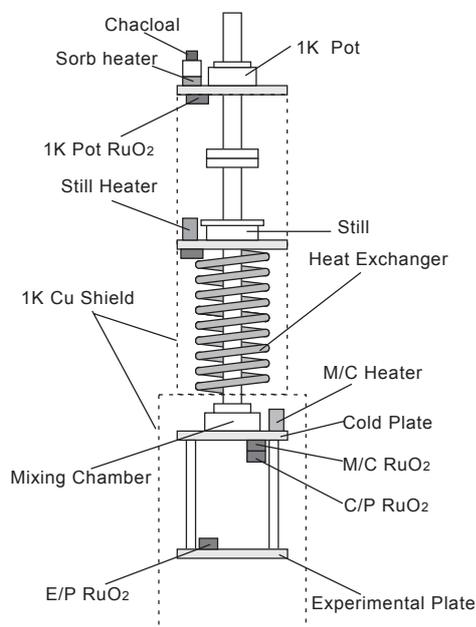


Fig. 4.2: Close up view inside the IVC of the dilution refrigerator.

図 4.2 に IVC (Inner Vacuum Chamber) の内部構造の概略図を示す。IVC 内部は $\sim 10^{-5}$ Torr まで真空引きされ、カロリメータと SQUID はこの中に組み込まれる。He³ を液化する 1K pot と呼んでいる箇所は液体 He の減圧によって冷却されるが、本実験においては実際には 1 K まで到達はせず、典型的な温度として 1.5 K である。SQUID はこの 1K pot により冷却された 1K ステージに接着させている。³He-濃厚相から ³He-希薄相への希釈混合は M/C (Mixing Chamber) 内でなされ、M/C は最終的にこの冷凍器の最低到達温度 ($\sim 30\text{ mK}$) に達する。TES カロリメータは、この M/C に真鍮で熱リンクをとった E/P (Experimental Plate) の台座として渡した真鍮の板にねじ止めされる。台座には E/P の温度ゆらぎがカロリメータに直接伝わらないように、熱伝導度が銅より悪い真鍮を選んだ。M/C と 1 K pot、E/P には、酸化ルテニウム (RuO₂) 温度計が取り付けられている。E/P の温度制御には Picowatto 社 AVS47 Resistance Bridge/TS-530 Temperature Controller を用いて M/C のヒーターに流す電流値を制御することで行っており、 $\sim 0.1\text{ mK}$ の精度で制御することが可能である。カロリメータを希釈冷凍器に組み込んだときの写真を 図 4.3 に示す。

希釈冷凍機内部の配線は外部との熱接触を抑えるために、熱伝導度が悪く径の小さいマンガン線を用いている。これらの配線はノイズ対策として信号往復のペア同士 2 本ずつツイストしており、4 ポート各 12 対の配線が使用可能となっている。それぞれの配線の往復での抵抗値は、希釈冷凍器の大きさの都合上、配線を長く取らなければならないために、常温で $\sim 230\ \Omega$ 、冷却実験中においては温度 $\leq 4\text{ K}$ で $\sim 180\ \Omega$ と大きいものである。

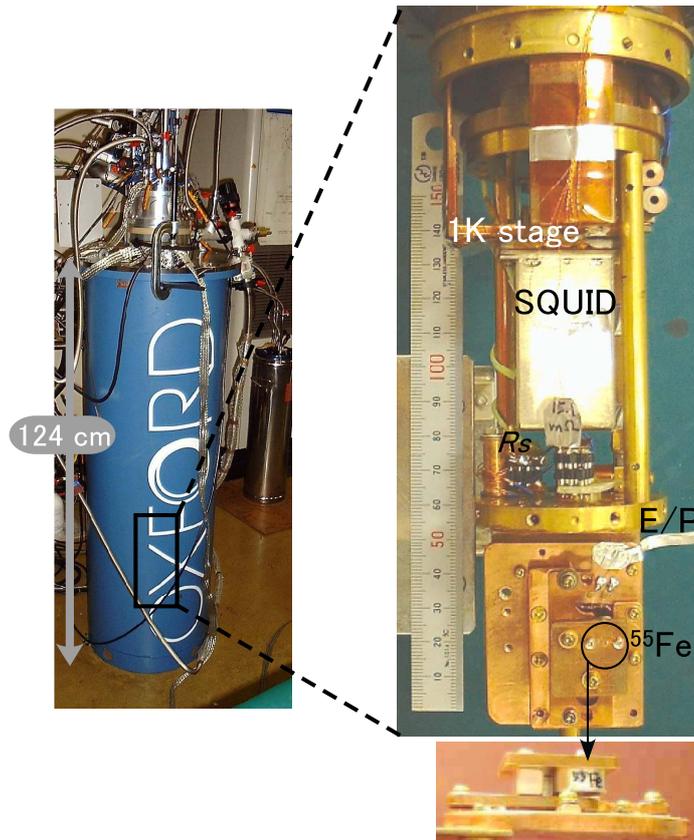


Fig. 4.3: Left: The outside view of the dilution refrigerator. Right: The experimental setup of the SII-14b calorimeter, installed in the dilution refrigerator. The center is 400-series SQUID array (400-SSA) fabricated by SII inside the Nb (inner) and Permalloy (outer) shield to avoid magnetic interference. The calorimeter and the shunt resistor made of 1 mm ϕ manganin wire were placed at the experimental platform (E/P), and the 400-SSA were at the ~ 1.6 K stage. Lower right : The ^{55}Fe isotope and the calorimeter holder. The ^{55}Fe isotope was fixed just above the sapphire collimator, and 5.9 keV X-rays continuously irradiated the calorimeter.

4.1.2 ADR : Adiabatic Demagnetization Refrigerator

通常の磁性体は、磁場をかけるとスピンのそろいエントロピーが減少する。断熱消磁冷凍器は、これを利用する。まず、等温的に磁場をかけエントロピーを減少させ、その後、断熱的に磁場を除くことで温度を下げる。これが断熱消磁による冷却の方法の原理である。

LLNL で使用した ADR は液体窒素と液体 He タンクの両方を持つ 2-stage ADR であり、冷媒には GGG \equiv Gd₃Ga₅O₁₂ (ガドリニウム・ガリウム・ガーネット) と FAA \equiv Fe₂(SO₄)₃(NH₄)₂SO₄·24H₂O (硫酸第二鉄アンモニウム 12 水) を使用している。大きさは、高さ 60 cm、直径 30 cm の円筒形で、重さ 30 kg である。通常、マグネットコイルに長ず電流は ~ 16 A (最大 5 T) を使用しており、最低到達温度は ~ 75 mK、温度安定度は $\sim 10\mu\text{K}$ で保持時間は 100 mK で ~ 10 hour である。図 4.4 に ADR 内部構造の模式図を示す。

温度コントロールは、温度計にゲルマニウムの NTD 温度計を使用しており、抵抗の読みだしには Picowatto 社 AVS-47、温度コントロールには Linear Research 社 LR-130 を使っている。

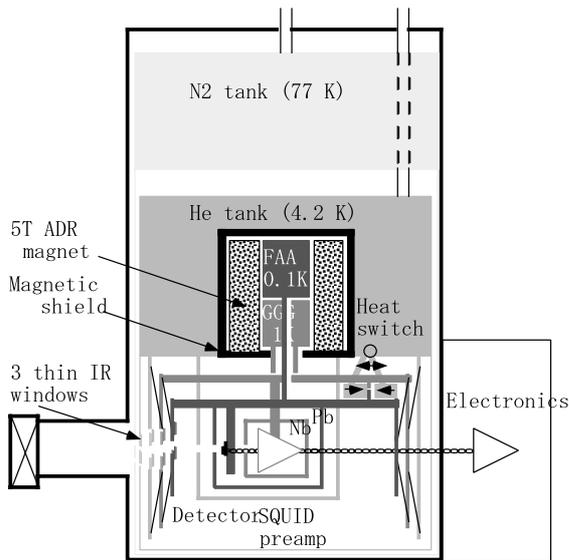


Fig. 4.4: Cross section of the Adiabatic Demagnetization Refrigerator (ADR) at LLNL.

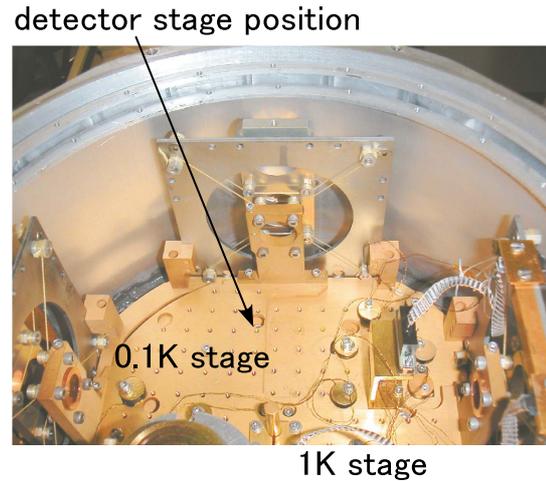


Fig. 4.5: A picture of the detector stage inside the ADR.

4.2 SQUID : Superconducting QUantum Interference Device

SQUID (Superconducting QUantum Interference Device : 超伝導量子干渉計) とは、超伝導の量子性を利用した装置であり、使用する dc-SQUID は 2 つのジョセフソン (Josephson) 接合部から成る超伝導リングを利用している。簡単に説明すると、2 つのジョセフソン接合部で磁束が量子化され、その両端に周期的な電圧が現われる。この電圧差を SQUID の横にインプットコイルを置くことで、電流変化としてよみだすことになる。SQUID は、超伝導リングを使用しているために極低温下で使用することができ、カロリメータのすぐ近くに置けるので、他のよみだし装置よりも配線からの余分な熱流入やノイズを減らすことができる。章の始めに述べた利点も含めて、TES カロリメータの信号読みだしに SQUID を用いることは、分解能を追求するために極めて有効な手段であることがわかる。

都立大にて使用した SQUID AMP 素子は液体 He を使用した低温環境下での使用を前提として開発された、セイコーインスツルメンツ株式会社 (SII: Seiko Instruments Inc.) の SSA(400-Serial SQUID Array) アンプ [23] であり、400 個の dc-SQUID がアレイ状に並んでいるという構造をしている。SQUID 基盤は FRP でできており、SQUID AMP 素子及び主要な配線は基盤上の $0.5 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$ の Si ウェハ上に蒸着されている。一つ一つの SQUID 素子は、SQUID ワッシャー、フィードバックコイル、インプットコイルからなっておりコイルを含めた配線は全て $0.1 \text{ mm} \phi$ NbTi 配線となっている。SQUID ワッシャーは 2 つのジョセフソン接合を持つリングである。これらの SQUID アンプのスペックを表 4.1 に示し、図 4.7 にそれぞれの配線図を示す。ここで、配線を含めたインプットコイルインダクタンス $L_{\text{in}} = 190 \text{ nH}$ は、TES のフィードバック回路のループ部分の配線を含んでいるときの値である。

LLNL で使用した SQUID は hypress 社 100 段 SQUID である。この SQUID と TES との 1 K のインプットの配線部分は、超伝導線を使用していないために $4.9 \text{ m}\Omega$ ほどの抵抗が残ってしまうという問題がある。

Table 4.1: The parameters of 420-SSA.

input coil		
self inductance	L_{in}	90 pH (contain wire 190 nH)
mutual inductance	M_{in}	58 pH
feed back coil		
mutual inductance	M_f	58 pH
gain $G (= M_{\text{in}} \frac{\partial V}{\partial \Phi})$		1400 V/A
current resolution @ 10 kHz		6.8 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$

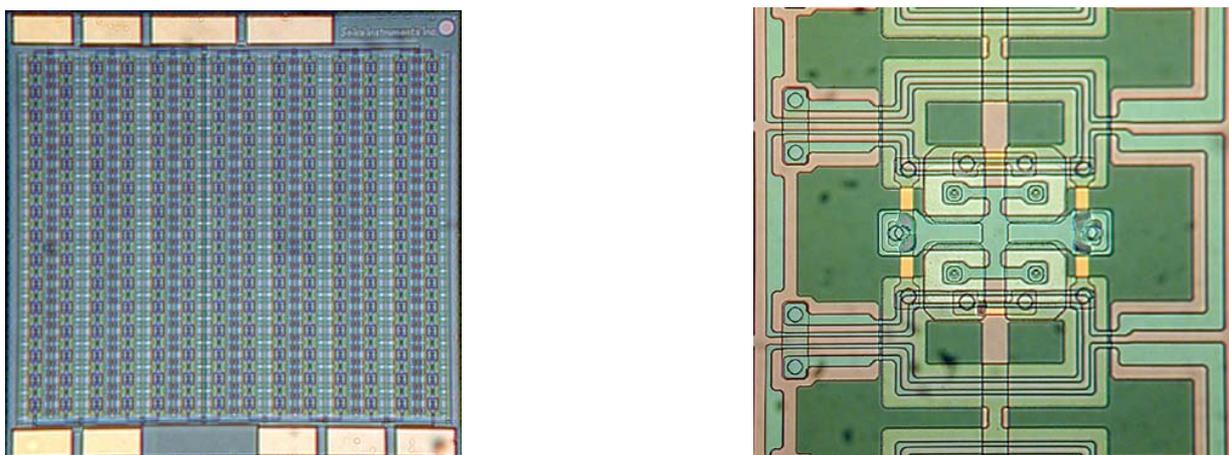


Fig. 4.6: Microscope pictures of the 400-SSA. Left: The overall picture of the chip, and the picture size is $3 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$. Right: The enlarged picture of a DC-SQUID pixel, and the picture size is $200 \mu\text{m} \times 200 \mu\text{m}$.

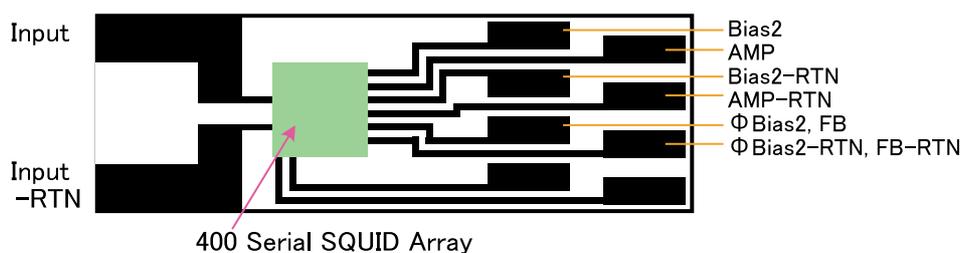


Fig. 4.7: Wiring pattern on an FRP substrate.

4.2.1 SQUID noise

SQUID ノイズには、SQUID のシャント抵抗で発生するジョンソンノイズと、トンネル接合のショットノイズがある。そのノイズスペクトルは、読み出し系の回路で決まる遮断周波数よりも低い周波数領域ではほぼ一定であり、ノイズ等価電流 i_n は典型的に数 $\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ である。定電圧バイアス下でカロリメータを動作させる際、SQUID ノイズのノイズ等価パワーは、電気応答性 S_I とノイズ等価電流 i_n を用いて

$$\text{NEP}_{\text{readout}}^2 = \left| \frac{i_n}{S_I} \right|^2 \quad (4.1)$$

として与えられる。

SQUID ノイズのエネルギー分解能への寄与は、式 (2.148) より、式 (2.58) を代入して

$$\Delta E_{\text{SQUID}} = 2.35 \left(\int_0^\infty \frac{4df}{\text{NEP}_{\text{readout}}^2(f)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

$$= 2.35 \frac{\mathcal{L}_0 + 1}{\mathcal{L}_0} i_n \sqrt{b^2 \tau_{\text{eff}}} \quad (4.3)$$

$$= 2.35 \frac{\mathcal{L}_0 + 1}{\mathcal{L}_0} i_n V_B \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \quad (4.4)$$

と表せる。また、強いフィードバックの下では、

$$\Delta E_{\text{SQUID}} \sim 2.35 i_n V_B \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \quad (4.5)$$

と表すことができる。

これに疑似的定電圧バイアスを考慮し、フィードバック量とループゲインを置き換えることにより、

$$\Delta E_{\text{SQUID}} = 2.35 \frac{\left(1 - \frac{R_s}{R}\right) \mathcal{L}_0 + \left(1 + \frac{R_s}{R}\right)}{\mathcal{L}_0} i_n V_B \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \quad (4.6)$$

として疑似的定電圧バイアス下での寄与を表すことができる。強いフィードバックの下では、

$$\Delta E_{\text{SQUID}} = 2.35 \left(1 - \frac{R_s}{R}\right) i_n V_B \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \quad (4.7)$$

となる。

4.3 X-ray Source

4.3.1 ^{55}Fe isotope

都立大の X 線照射実験で使用する線源は、低温用の特殊パッケージに入った ^{55}Fe (Mn-K α : 5.9 keV) の密封放射線源である。半減期は 2.73 年、放射能はおよそ 300 kBq、購入時は 97.1.8 で 0.96 MBq であった。線源の位置はカロリメータ真上 5 mm 離れた位置にあり、穴径は 0.2 mm ϕ である。また、SII-14 カロリメータにサファイアカロリメータを取り付けた場合のカウントレートは ~ 1 cts/s である。都立大では、線源をカロリメータ治具に押さえでねじ止めした状態で希釈冷凍器に組み込むので、動作中は常にカロリメータに X 線が照射された状態である。

この線源から放射される X 線のエネルギーとその近似的強度比は Mn-K α_1 5.89875 keV : K α_2 5.88765 keV : K β 6.486 keV = 20 : 10 : 3 であり、K α_1 のほうがエネルギーが高い。 ^{55}Fe の放射線源からの K α 線は、5.9 keV の Mn の主量子数 $n = 2$ から $n = 1$ への遷移であり、 $^2P_{\frac{3}{2}}$ からの遷移が K α_1 で、 $^2P_{\frac{1}{2}}$ からの遷移が K α_2 である。本論文で使用する SII-14 カロリメータは、この K α_1 と K α_2 ラインをきれいに分離できる。さらに、これは現象論的に K α_1 では 5 本、K α_2 では 2 本の計 7 本の自然幅をもつ Lorentzian の重ね合わせで表すことができる。これらのエネルギーと幅を表 B.1 に Al、Cr、Fe のものも加えて示す [24]。

4.3.2 X-ray generator

LLNL では X 線発生装置を用いての X 線照射が可能である。このため、カウントレートを変えたり、同じ動作点での X 線を当てない状態のノイズスペクトルを取得することが可能となる。

X 線は 2 次ターゲットから出る輝線が使用でき、2 次ターゲットとして、Al と NaCl を使用したが、常にステンレスの Cr と Fe の特性 X 線が観測される。Al、Cr、Fe の K α 輝線のエネルギー

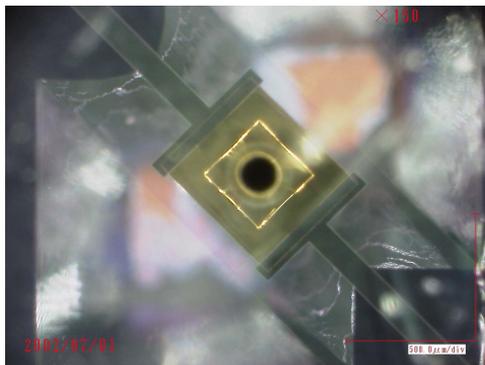


Fig. 4.8: The SII-14b calorimeter with a sapphire collimator of 0.3 mm thick and 200 μ m diameter attached on the absorber. The collimator was fixed on the SiN_x wafer of the calorimeter with varnish inserting si wafers of 300 μ m thick at both ends. The distance between the ⁵⁵Fe isotope and the collimator was \sim 5 mm.

と幅を表 B.1に示した。NaCl をターゲットにした場合は、Na はエネルギーが \sim 1 keV と低く、入射窓に使用しているアルミナイズドマイラのフィルタを透過できないために、Cl のラインのみ観測される。本論文では、Al の 2 次ターゲットを用いたときのデータを使用した。図 4.9 に X 線発生装置と ADR の写真を示す。X 線発生装置と ADR は、ゲートバルブを通じてつながっており、X 線の ON/OFF が可能となっている。X 線発生装置付近に Be 窓はついておらず、ADR の入射窓にはアルミナイズドマイラを使用している。

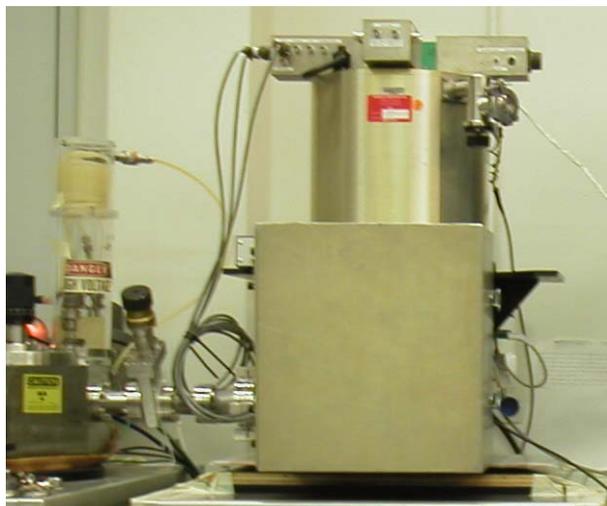


Fig. 4.9: A picture of the ADR named “ION” at LLNL (right) and the X-ray generator (left).

4.4 Experimental setup

4.4.1 At TMU

まずはじめに、カロリメータの固定方法から述べる。カロリメータホルダの材質には、ホルダそのものと、ホルダとカロリメータとの間の温度勾配がほとんど無くなるように熱伝導度の良い OFC(無酸素銅)を使用している。また、ホルダとカロリメータの熱伝導をよくするために、真空グリス APIEZON-N をうすくぬっている。図 4.10 にカロリメータホルダの設計図を示す。カロリメータと Au のボン

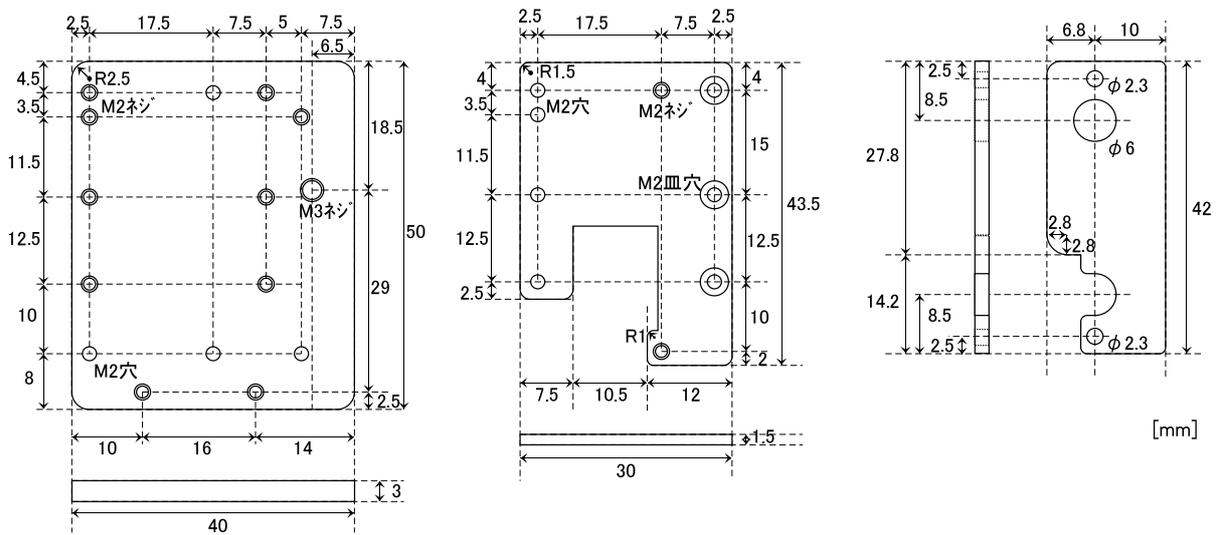


Fig. 4.10: Drawings of the calorimeter holder parts. Base (left), cover (center), and collimator (right). The collimator part is not used when the sapphire collimator is on the chip. All of them are made of oxygen free copper.

ディングパッド間は、Al のボンディングワイヤーで繋いでおり、ボンディングパッドは、ホルダーに熱膨張率の低い特殊シリコン系の瞬間弾性接着材ペグ α を用いて接着し、ホルダーとの電気的な接触はない。ボンディングパッドからの配線は、超伝導配線である銅皮膜付き $\phi 10\mu\text{m}$ の NbTi 線を信号ペアごとにツイストして配線している。このツイスト線の上に Al テープを巻くことで振動によって生じるノイズの軽減を行い、超伝導シールドによる磁気シールドにもなっている。また、サンプルステージ上でしっかりとサーマルアンカーをとることで、カロリメータへの直接の熱流入を防いでいる。この配線は、抵抗測定 (R - T 測定) の際には、ポート 4 の 26 way コネクタにつながる配線にスズメッキ IC ソケット で接続される。ホルダの温度測定には RuO_2 温度計を用いており、温度計測には Neocera 社 LTC-21 Temperature Controller を使用している。ここで測定される温度は実際には熱浴の温度であるが、 R - T 測定など TES カロリメータに流れる電流が微小な場合には、カロリメータの発熱の影響は小さいとして、この温度を TES の温度とみなして測定を行う。

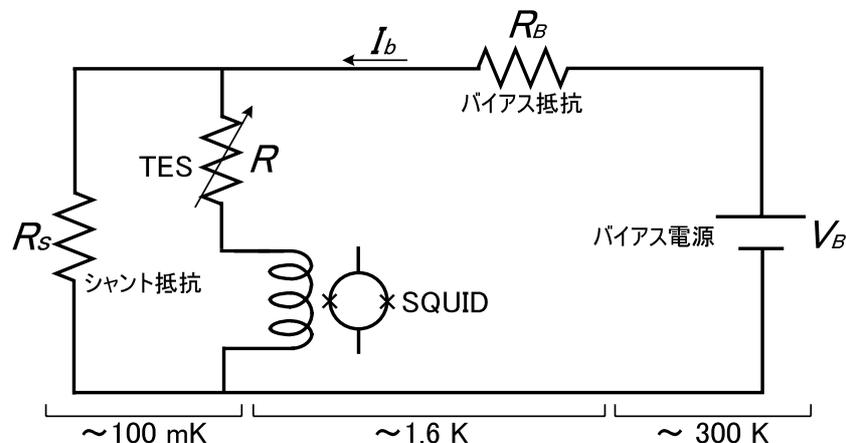


Fig. 4.11: The biasing circuit of the TES calorimeter. The bias resistance is $R_b = 10.3 \text{ k}\Omega$ at TMU.

実際のカロリメータの動作の際には、ボンディングパッドからの NbTi 配線は、E/P に設置した

IC ソケットによるシャント抵抗との並列回路につながる。このため、シャント抵抗の温度 T_s は、E/P の温度となる。このときの回路図を図 4.11 に示す。並列回路の入力はバイアス電源につながっており、バイアスの配線の途中には並列回路に流れる電流を適度に抑えるために、バイアス抵抗 R_b として 10 k Ω の金属皮膜抵抗を入れている。このバイアス抵抗はバイアス電流を流した際の発熱による熱浴の温度上昇を考慮して 1 K pot に配置してある。バイアス抵抗と並列回路までの間の配線には熱伝導度の悪い銅皮膜無しのホルマル皮膜のみの ϕ 0.1 mm の NbTi 線を用いており、この配線は 1 K pot に於いてもしっかりとサーマルアンカーをとっている。TES からの出力は 1 K pot に置かれている SQUID アンプへと繋がっている。SQUID アンプは Nb とパーマロイの 2 重シールドの中にあり、しっかりと磁気シールドされている。SQUID のインプット端子と TES との配線にも上記の理由からホルマル皮膜のみの NbTi 線を使用している。ここで、TES に流れる電流 I は、すなわち SQUID へと入力される電流である。SQUID の出力には、Tektronix 社 TDS3012 オシロスコープを用いてよみとっている。

Improvement of measurement environment

Superconducting magnetic shield 超伝導転移温度が、超伝導体の表面磁場によって変化することは 2.1 節で述べた。臨界磁場は温度に依存するため、磁場があると温度によって転移温度は低いほうへシフトし、その結果転移カーブはなだらかになってしまい、これは外部磁場が強ければ強いほど顕著になる。TES カロリメータは超伝導転移端を利用するため、このような影響は避けなければならない。超伝導状態にある物質はマイスナー (Meissner) 効果によって透磁率 $\mu = 0$ の完全反磁性を示すので完全な磁気遮断が可能である。このため、超伝導シールドを強化するために、1 mm 厚の Pb ($T_c = 7.20$ K) を磁気シールドとして、希釈冷凍器の IVC 筒の周りに巻くという方法をとった。



Fig. 4.12: The superconducting magnetic shield made of lead covering the IVC.

Low-pass filter バイアス電源 (WF1946) からのノイズを削減するために、バイアス回路にコンデンサを並列にいれた。このときのバイアス電源を含むカロリメータ動作回路図を図 4.13 に示す。

バイアス電源からカロリメータまでの希釈冷凍器に入る配線間には、ノイズカットの役割となるインダクタンス L のコモンモードフィルタ BOX をはさんでおり、希釈冷凍器内部にはカロリメータ直前のバイアス電流 I_b が微小となるように、1 K ステージにバイアス抵抗 R_b を直列にいれている。ローパスフィルタの役割となるコンデンサは、コモンモードフィルタ BOX 内部に図 4.15 のように Triax の希釈冷凍器側の内側の出口のところに 1.0、0.1、0.01 μ F の積層セラミックコンデンサを並列に入れ、また、カロリメータにより近くなるように R_b 直前の 1 K ステージに図 4.13 のように 1.0 μ F のコンデンサをはんだ付けした。

このときカットされる周波数帯域を求めるため、簡単のため、シャント抵抗は微小であるため $R_s = 0$ とし、 L は無視して図 4.16 のような回路を考える。このときながれる電流は

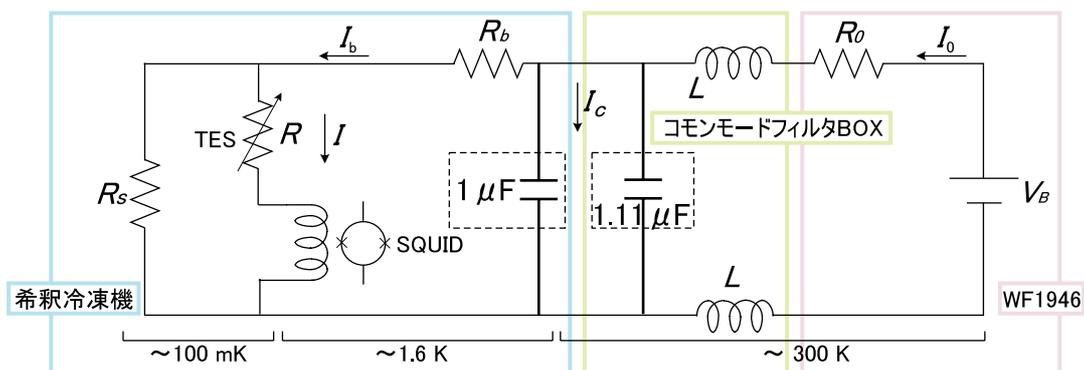


Fig. 4.13: The biasing circuit with multilayer ceramic capacitors as a low-pass filter, at TMU.

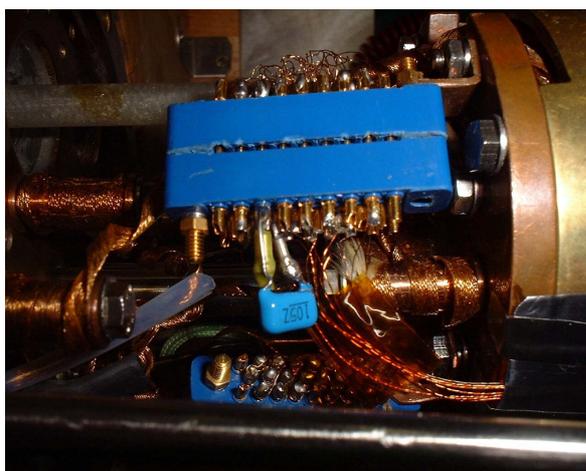


Fig. 4.14: A picture of the condenser of 1.0 μF soldered on the ~1.6 K stage.



Fig. 4.15: A picture of the condensers in the common-mode filter box.

$$\begin{aligned}
 I_0 &= I_c + I \\
 &= i\omega C R_b I + I
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

という関係が成り立ち、また電圧は

$$\begin{aligned}
 V_b &= R_0 I_0 + R_b I \\
 &= [R_0(1 + i\omega C R_b) + R_b] I
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

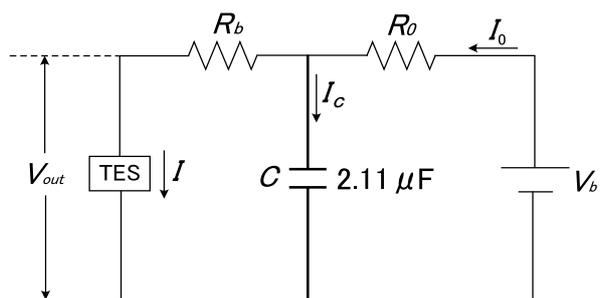


Fig. 4.16: A circuit to calculate the cut-off frequency.

という関係がなりたつ。これより、カロリメータにながれる電流は

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_b}{R_0 + R_b + i\omega C R_0 R_b} \\ &= \frac{V_b}{R_0 + R_b} \frac{1}{1 + i\omega C \frac{R_0 R_b}{R_0 + R_b}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

となる。ここで

$$\tau_V = C \frac{R_0 R_b}{R_0 + R_b} \quad (4.11)$$

とおくと、式 4.10 は

$$I = \frac{V_b}{R_0 + R_b} \frac{1}{1 + i\omega \tau_V} \quad (4.12)$$

となり、 V_b が一定の場合、 I の周波数特性は τ_V の時定数で減少することがわかる。ここで、 $R_0 = 50 \Omega$ 、 $R_b = 10 \text{ k}\Omega$ であるので、これを代入すると、 $C = 2.11 \mu\text{F}$ の場合のカットオフ周波数 f_{cV} は、式 4.11 より

$$\begin{aligned} f_{cV} &= \frac{1}{2\pi \tau_V} \\ &= \frac{1}{2\pi C} \frac{R_0 + R_b}{R_0 R_b} = 1516 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (4.13)$$

と計算できる。これより、1516 Hz 以上の高周波側のノイズや発振を落とすことが期待できる。

また

$$\begin{aligned} I &= I_0 - I_c \\ &= I_0 - i\omega C R_b I \end{aligned} \quad (4.14)$$

より、

$$I = \frac{I_0}{1 + i\omega C R_b I} \quad (4.15)$$

$$\equiv \frac{I_0}{1 + i\omega \tau_I} \quad (4.16)$$

となり、電流固定の場合の時定数が

$$f_{cI} = \frac{1}{2\pi} C R_b = 7.5 \text{ Hz} \quad (4.17)$$

求められる。これより電流性ノイズのカットオフ周波数は、 $f_{cI} = 7.5 \text{ Hz}$ のローパスフィルタとして働くが、電圧性ノイズをカットする場合 $f_{cV} = 1516 \text{ Hz}$ となるので、ジョンソンノイズなどの電圧性ノイズをカットしたい場合は、低い周波数ではあまり効果がないようだ。

以上の結果を確かめるために、SQUID 出力の周波数特性を評価する。これは、バイアス電源の DC バイアスを固定して、AC 成分の周波数を変化させたときの SQUID 出力を測定すればよい。この測定を周波数スキャンとよぶことにする。周波数スキャンのデータ取得条件を表 4.2 に示し、結果を図 4.17 に示す。測定において、カロリメータは超伝導の状態とし、DC バイアスのオフセット電圧は 0 V とした。

ここで、式 4.12 より

$$\begin{aligned} |I| &= \frac{V_b}{R_0 + R_b} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \tau_V)^2}} \\ &= \frac{V_b}{R_0 + R_b} \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau_V)^2}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Table 4.2: Conditions of the frequency scan measurement.

measurement range	AC bias	bath temperature	DC bias
f [Hz]	V_{p-p} [mV]	T_s [mK]	V_{offset} [mV]
0.1-100 k	100	115.2	0

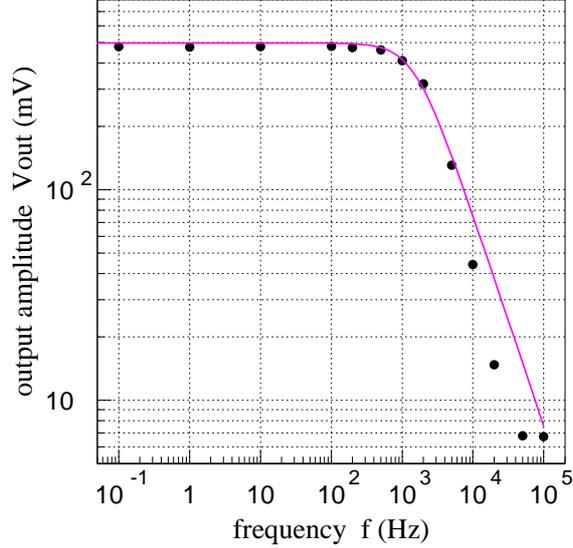


Fig. 4.17: Frequency f vs. output amplitude V_{out} for the frequency scan measurements. Black circles are measured data, and magenta line is the estimation using eq. (4.20). The cut-off frequency is around $f_{cV} \simeq 1516$ Hz.

となる。ここで、SQUID の出力 V_{out} は、SQUID アンプの電流電圧換算係数を Ξ とすると

$$I = \frac{V_{out}}{\Xi} \quad (4.19)$$

という関係があるので、これより

$$|V_{out}| = \Xi \frac{V_b}{R_0 + R_b} \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau_V)^2}} \quad (4.20)$$

となる。ここで、図 4.17 での見積もりには $\Xi = 50$ kV/A, $V_b = V_{p-p} = 0.1$ V を用いた。図 4.17 において、マゼンタの線が見積もりであるが、見積もりと同様に $f_{cV} \sim 1516$ Hz 付近から周波数特性が落ちているのがわかり、 f_{cV} 以上の電圧性ノイズをおとすことができると期待できる。これらの評価は 5 章で行う。

Measurement condition

都立大にて行った SII-14 カロリメータの測定において、測定環境などの向上点などを表 4.3 にまとめる。

初測定での熱浴温度 50 mK のデータについては、ノイズが非常に大きく SQUID の発振もみられ、あまりよい測定環境とはいえない状態であった。また、測定後に駆動装置の調子も悪くなったので、このデータについてはここではあまり用いない。

Table 4.3: Summary of the measurements at TMU.

comments	date	shunt resistance [m Ω]	E/P temperature [mK]
first measurement	020214	9.8560	80, 50, 20
a change of a shunt resistor	020214	3.0880	20
Pb magnetic shield	020704	3.0880	20
parallel magnetic field (20 G)	020808	3.0880	20
lowpass filter (condenser)	020817	3.088	20
without X-ray isotope	021015	4.4402	80
without magnetic shield	021022	9.8560	50, 80

磁場の印加は、希釈冷凍器 IVC の外筒の外側 (Pb シールドの内側) に巻いたコイルに電流を流して磁場を発生させるという方法をとった。このコイルに電流を流すことによって発生する磁場の大きさは 150 G/1.52 A である。電源には、HEWLETT PAKARD の E3616A DC POWER SUPPLY を使用した。液体 He 温度でのコイル抵抗は、0.6 m Ω である。

4.4.2 At LLNL

LLNL の ADR 内部のディテクターステージは、都立大希釈冷凍器のよりも小さく、LLNL のカロリメータホルダに合うように、SII-14 カロリメータの Si 基板部分を切断する必要があった。ここで、ダイヤモンドで傷をつけ、ピンセットで強く押さえて割るという方法をとった。後に示すように、性能評価からは割ったことによる性能の劣化はないと思われる。小さく切った SII-14 は、銅のホルダに SPI Conductive Silver Paint とワニスで接着した。これは、LLNL で普段行われている方法である。ここで、割った後の顕微鏡写真とマウント後の写真を図 4.18、4.19 に示す。ボンディングは宇宙研にて行い、ワイヤもパッドも都立大で測定するときと同じものを使用した。

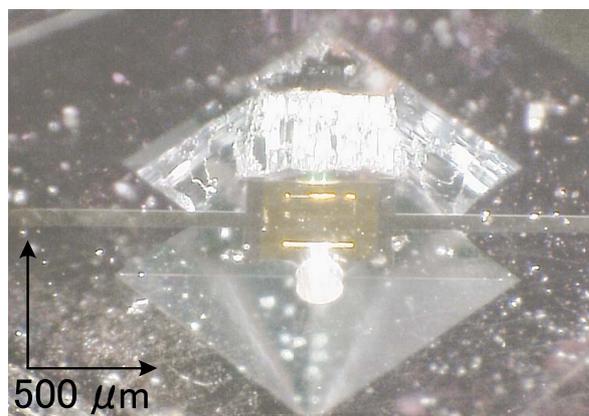


Fig. 4.18: The microscope picture of SII-14b after cut by a diamond pen. Many white objects are powder of shaved Si.

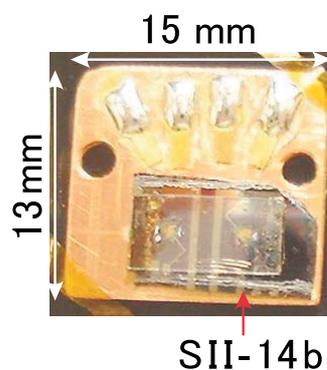


Fig. 4.19: The SII-14b calorimeter after mounted on a small oxygen free copper holder. Al bonding wires were connected to Au plated bonding pads from the Nb lead of SII-14b.



Fig. 4.20: A picture of the detector stage on which the SII-14b calorimeter was mounted.

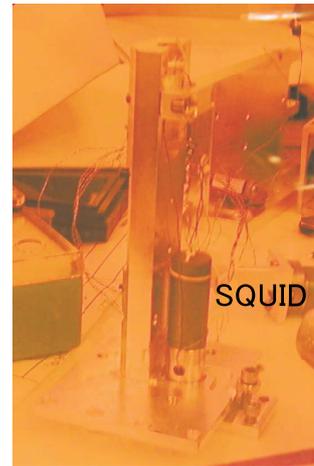


Fig. 4.21: A SQUID used at LLNL located in a Pb plated shield beside the detector stage. The detector stage and the SQUID were screwed on the 0.1 K stage and the 1 K stage of the ADR, respectively.

図 4.19 のカロリメータを ADR のディテクターステージにねじ止めした写真が、図 4.20 であり、使用する SQUID は図 4.21 に示すように、できるだけ配線が短くなるように、すぐ後ろに位置している。配線は $\sim 0.2 \text{ mm}\phi$ の CuNi メッキの NbTi 線を使用している。ディテクターステージは ADR の 0.1 K ステージにねじ止めされ、SQUID は 1K ステージにねじ止めされる。シャント抵抗は $5 \text{ m}\Omega$ を使用した。

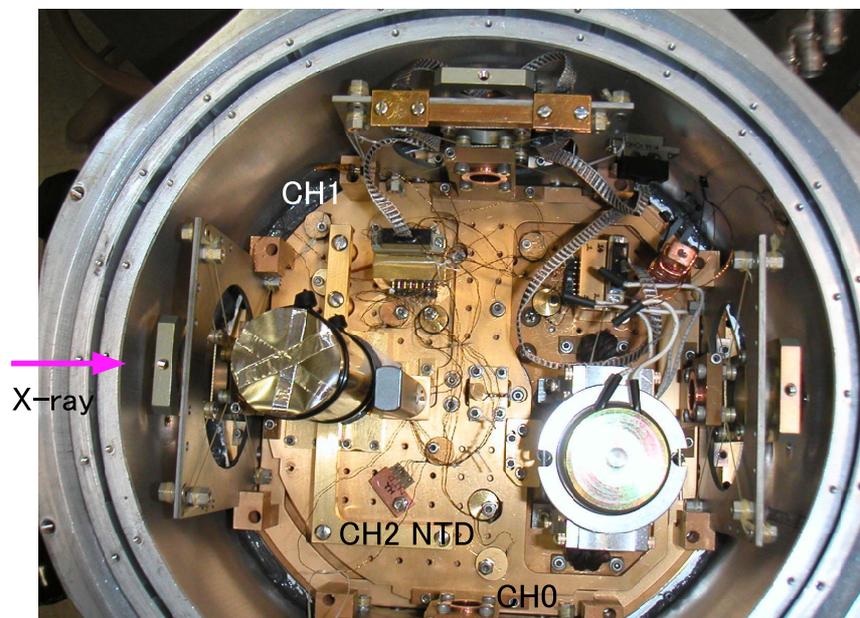


Fig. 4.22: A picture inside the ADR after mounting the SII-14b calorimeter. The detector stage was covered by a μ -metal shield, which has a small hole put on an aluminized mylar in the direction of the X-ray generator.

このディテクターステージは、磁気シールドとして Pb メッキシールドがかぶせられ、さらに μ メタルシールドを 2 重に巻いた Au メッキの Cu シールドがかぶせられる。 μ メタルシールドの厚さは

～100 μm である。これらのシールドの X 線入射位置には穴が開いており、フィルタとしてアルミナイズドマイラを接着した。

Chapter 5

PERFORMANCE ANALYSES

5章では、いよいよ SII-14 カロリメータを冷凍器に組み込んだ際の性能評価を行う。始めに 5.1 節で TES の温度 T と抵抗 R の関係である RT 特性を評価し、5.2 節で SII14 の特徴、個々のパラメータについて考察した後に、5.6 節で X 線応答特性について評価する。実験のセットアップなどについては、4 章を参照のこと。また、Appendix に取得データの一覧を示す。

5.1 R - T Properties

カロリメータの性能評価を行うにあたって、まず始めに TES の転移温度を測定し、TES の温度 T と抵抗 R の関係 (RT 特性) から、転移幅や転移の様子などからカロリメータとして動作させることが可能かを調べることが必要である。 RT 測定の方法として、定電流のもとで抵抗を直接測定する方法と、定電圧バイアスのもとで TES に流れる電流変化から抵抗を見積もる方法の 2 つがある。どちらも温度は熱浴の温度のみしか知ることができないので、TES に流れる電流はごく微小でなければならないことに注意する。

都立大における実験では、まずはじめに定電流回路にカロリメータを組み込み RT 測定を行い転移温度と転移前の常伝導抵抗を確認した後に、定電圧バイアス回路に変更しカロリメータにバイアスをつけることで動作させるという手順をとっている。LLNL では、転移がすでに確認済みであったので後者の方法の測定のみ行った。

5.1.1 R - T properties with a constant current

SII-14 を都立大希釈冷凍器に組み込み RT 測定を行った。抵抗値の測定には Linear Research 社 LR-700 を使用し、サンプルの温度測定にはホルダ上の RuO₂ 温度計を使用し LTC-21 で読みだしている。LR-700 は、4 端子法を用いて約 16Hz の交流電流をサンプルに流して抵抗値を測定する。ここでは、20 μ V-20 Ω (1 μ A)、2 μ V-20 Ω (10 μ A)、20 μ V-60 Ω (30 μ A) のレンジで RT 測定を行った。その RT カーブ を 図 5.1 に示す。温度コントロールには Picowatto 社 AVS 47/TS-530 を使用している。

RT カーブのフィッティングについては、

$$R(T) = \frac{R_0}{1 + \exp(-(T_{ltc} - T_c)/T_1)} \frac{1}{1 + \exp(-(T_{ltc} - T_c)/T_2)} + R_c \quad (5.1)$$

という関数を用いて行った。ここで、 R_0 は転移前の抵抗、 R_c は offset 抵抗である。フィットパラメータも図中に示した。転移温度は a の素子より b の素子のほうが ~ 20 mK ほど低く、b のほう

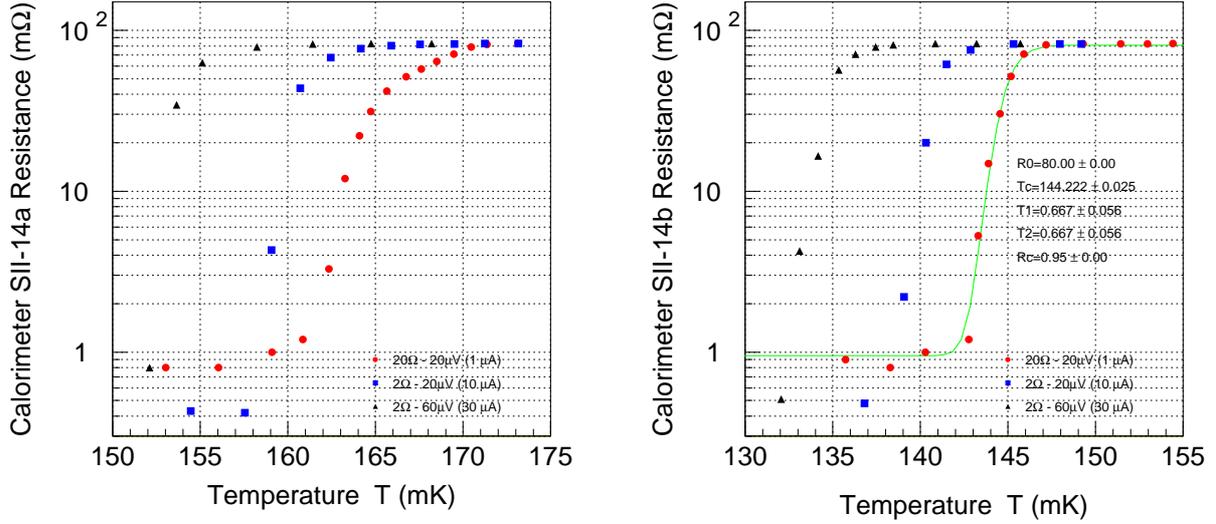


Fig. 5.1: Measured R - T curves of the SII-14a (right) and SII-14b (left) calorimeters on 14 Feb, 2002 (020214). For the SII-14b, the transition temperature of $T_c = 145$ mK and the transition width of $\Delta T_c \sim 2$ mK were obtained. The R - T curve with a constant current of $1 \mu\text{A}$ for SII-14b (red) is fitted with a function of $R(T) = R_0/[1 + \exp(-(T_{ltc} - T_c)/T_1)]/[1 + \exp(-(T_{ltc} - T_c)/T_2)] + R_c$, and the best fit values are written in the panel.

が転移幅も狭いことから b の素子について性能評価を行うこととし、今後、SII-14b の素子を SII-14 と呼ぶことにする。2 つの素子で RT 特性が異なるのは、2 層薄膜をカロリメータ構造にすることによって、TES の応力変化、また Ti のマスクを除去する際の影響、除去具合の違いなどが考えられる。この影響を確かめるため、カロリメータ構造にしていない SII-14 と同じパラメータの素子 SII-24 の RT 特性を測定したところ、a、b で転移温度、転移幅がほぼ同じであることがわかった。結果の RT カーブを 図 5.2 に示す。

5.1.2 R - T properties with a constant voltage bias

定電圧バイアス回路に組み込み RT 測定を行う場合は、SQUID の出力の電圧レベルの変化を用いて RT 特性が見積もれる。SQUID の出力 V_{out} と TES に流れる電流 I の間には、SQUID アンプの電流電圧換算係数 Ξ を用いて、

$$I = \frac{V_{\text{out}}}{\Xi} \quad (5.2)$$

という関係がある。また、 I は、TES の抵抗 R とシャント抵抗 R_s を使い、またパラシティック抵抗 R_p を含めると、式 (2.111) より

$$I = \frac{R_s}{R + R_s + R_p} I_b \quad (5.3)$$

であるので、これより抵抗 R を求めることができる。LLNL においてはこの方法でのみ RT 測定を行った。この方法で測定した RT カーブを 図 (5.3) に示し、それぞれの測定日時における測定条件の違いを表 5.1 に示す。

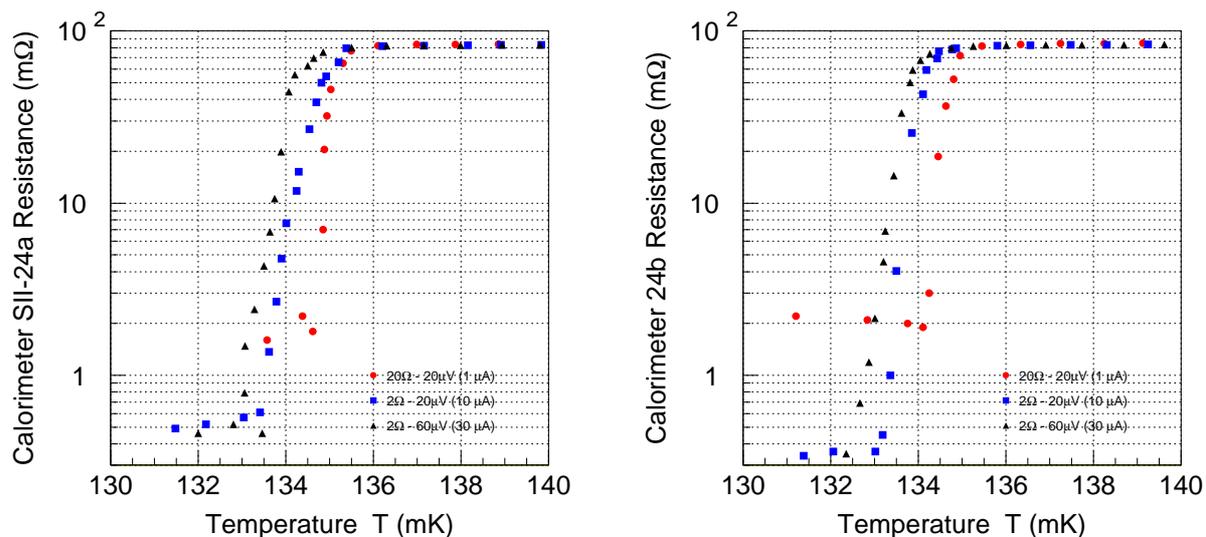


Fig. 5.2: Measured R - T curves of the SII-24a (right) and SII-24b (left) calorimeters on 05 Sep, 2002 (020905). The SII-24 has the same structure as SII-14 without the membrane. For SII-24a and b, $T_c = 135$ mK and $\Delta T_c \sim 1$ mK were obtained.

Table 5.1: Conditions and environments of the SII-14b R - T measurement.

place	date	merker	測定条件	magnetic shield	magnetic field [G]
TMU	020214	red	constant current ($1 \mu\text{A}$)	×	×
TMU	020704	magenta	constant voltage (100 mV)		×
TMU	020808	blue	constant voltage (100 mV)		0
TMU	020808-20G	red	constant voltage (100 mV)		20
TMU	020818	black	constant voltage (100 mV)		×
TMU	021022	yellow	constant voltage (100 mV)	×	×
LLNL	021113	green	constant voltage (100 mV)	—	—

図 (5.3) を見ると、定電流バイアス (020214) の下での測定 (赤) が一番転移温度が低い。これは、磁気シールドのないことと測定条件の違いの両方の理由が考えられる。多くの素子で、転移温度がシフトしているが、 RnO_2 温度計の再現性の問題と考えられる。全く同じ条件の下で RT 測定を行ったことはないので、 RnO_2 温度計の再現性の正確な値はわからないが、一般に RnO_2 温度計は経年変化が大きいことが知られており、冷却サイクルでの再現性もあまりないことが知られている。したがって、 \pm 数 mK の誤差範囲内では、異なる日時の測定での絶対的な転移温度の議論はできない。また、逆に TES の経年変化はごくわずかだと考えられる。

いま、絶対的な転移温度の議論はできないが、一回の測定での RT カーブの勾配については、考慮することができるであろう。磁気シールド前後の違いを比較する場合はオレンジ (021022) と黒 (020818) を比較するのが妥当である。マゼンタ (020704) も磁気シールドのない状態での測定であるが、ノイズ低減のために (020818) の測定からバイアスラインにコンデンサを入れており、(020704) と (020818)

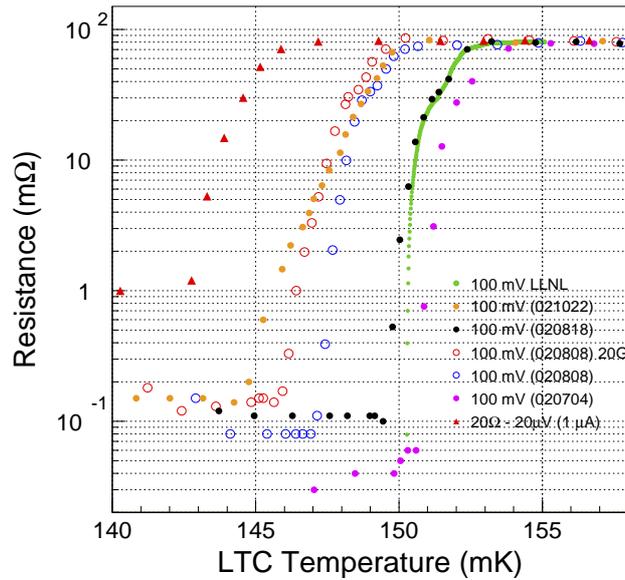


Fig. 5.3: Comparison of the RT curves of the SII-14b obtained under different conditions. Red triangles were measured using LR-700 resistance bridge (Linear Research Inc.) with a constant current of $1\mu\text{A}$ on 020214. The others (circles) were measured using a combination of SQUID and a shunt resistor of $R_s = 3.0880\text{ m}\Omega$ at TMU or $R_s = 4.3\text{ m}\Omega$ and parasitic resistance of $R_p = 5.0\text{ m}\Omega$ at LLNL, with nearly constant voltage bias. Details of the measurement conditions are shown in Table 5.1. In this plot, the normal resistance of $R_n = 80\text{ m}\Omega$ is assumed.

はすべてが同じ測定環境というわけではない。オレンジ (021022) は (020818) と比べると、転移温度が低い方へ 3 mK ほどシフトしているが、この差を比較できる程の再現性があるかはわからないにしても、(021022) は転移がなだらかになるのもみえており、磁気シールドがないと磁場の影響が大きくなり臨界電流が小さくなって (021022) のような RT カーブが得られるということがわかる。

磁場の影響によって T_c がどの程度変わるかを調べたのが (020808) である。磁場の印加は希釈冷凍器 IVC の外筒 (磁気シールドの内側) に巻いたコイルに電流を流すことでかけられる。0 G の結果 (青) が磁場をかけていない (020818) などの結果と一致しないのは、大きい磁場をかけた後に磁場を落としても、ヒステリシスあるいは磁場をトラップするようなことがあるらしいためである。この影響で臨界電流が (020818) などの結果より小さくなり、転移温度が低くなったと考えられる。20 G の磁場を TES に平行にかけたときの結果 (赤) は、0 G のときより転移温度が低くなった。この差 $\sim 1\text{ mK}$ は誤差範囲内ともいいきれないが、臨界電流も小さくなっており磁場が転移に影響していることは間違いない。

黄緑は LLNL で取得した RT カーブで、都立大 (020818) の測定とよく一致している。LLNL の RT カーブでは、 $\sim 40\text{ mK}$ 付近で 2 段転移となっており、(020818) のデータでもそのような傾向がある。

5.1.3 TES sensitivity α

以上の RT 特性より、温度計の感度 α を求めることができる。 α は式 (1.14) より求められる。この結果を図 5.6 に示す。これを見ると、 $R \sim 45\text{ m}\Omega$ で α に極大値があるのがわかり、 RT カー

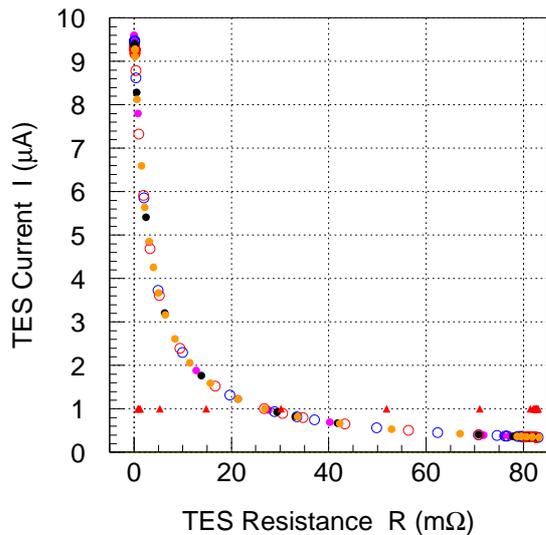


Fig. 5.4: Comparison of the TES current in R - T measurements of SII-14b. See Table 5.1 for markers. At large resistance ($R > 30$ m Ω), the TES current is smaller than 1 μ A.

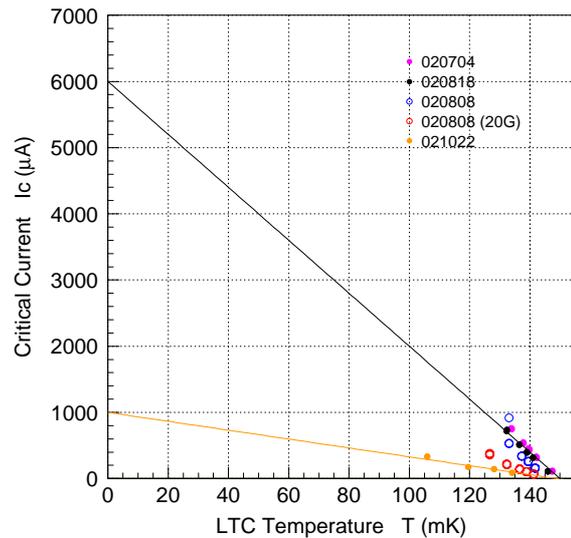


Fig. 5.5: Comparison of the critical current I_c of the SII-14b plotted versus the TES temperature, which is obtained under different conditions. Markers are same as Fig. 5.3.

The relation between the TES temperature and the critical current I_c .

ブに 2 段転移の兆候がある。LLNL の結果はばらつきが大きい、都立大の結果と傾向は似ているようだ。

5.1.4 Estimations

(020818) の RT カーブから転移温度は ~ 150 mK、転移温度での温度計の感度 α は 120 と見積もられ、動作点を転移前の抵抗 80 m Ω の半分 (40 m Ω) のところにとり、節より熱容量 C を 2.0 pJ/K であると仮定すると、5.9keV の X 線が入射した際の温度上昇は

$$\Delta T = \frac{5.9 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{2.0 \times 10^{-12}} = 0.5 \text{ mK} \quad (5.4)$$

抵抗変化は 式 (2.168) より

$$\Delta R = \frac{120 \times 40 \text{ m}\Omega}{150 \text{ mK}} \times 0.5 \text{ mK} = 15 \text{ m}\Omega \quad (5.5)$$

と見積もられ、このとき TES に流れる電流を 31 μ A と仮定すると、式 (2.169) を用いて、電流変化にして

$$\Delta I = \frac{31 \mu\text{A}}{40 \text{ m}\Omega + 3.088 \text{ m}\Omega} \times 15 \text{ m}\Omega = 11 \mu\text{A} \quad (5.6)$$

のパルスが得られると予想できる。

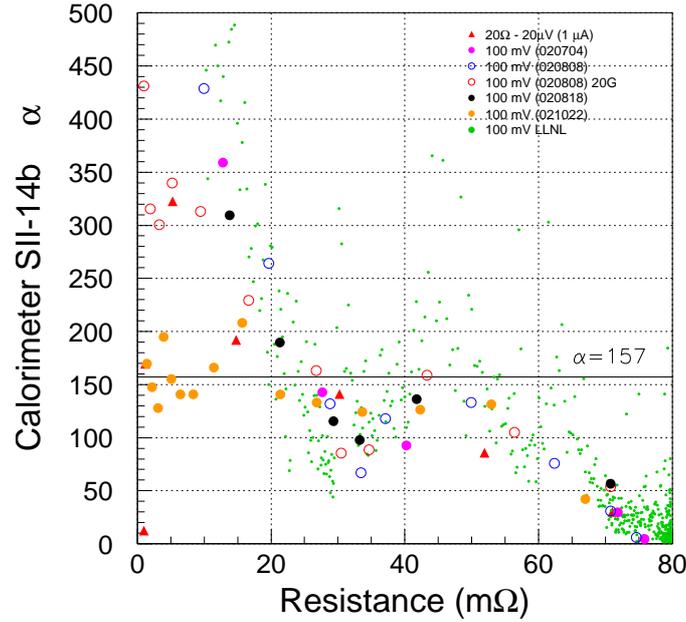


Fig. 5.6: R dependences of α calculated from the R - T curve. See Table 5.1 for markers. A black horizontal line represents the value of average α ($\bar{\alpha} = 157$) between $R = 71\text{m}\Omega$ and $1.2\text{ m}\Omega$ with regard to the red triangles which is measured with a constant current.

5.1.5 PH and NL in R - T measurements with a constant voltage bias

定電圧での RT 測定では、カロリメータ動作時と同じセットアップであることから、個々の温度でのノイズレベルと X 線パルスハイトを測定することができる。ノイズレベルの測定には HEWLETT PACKARD 35670A FFT アナライザを用いて、主に 4096 Hz でのノイズの値 NL [$\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$] を測定した。X 線パルスの測定には YOKOGAWA DL708D オシロスコープを用いて、典型的と思われるパルスハイトを PH [mV] とした。

理論的にはジョンソンノイズは式 (2.95) からわかるように $1/\sqrt{R}$ に比例する。RT 測定時のノイズレベルはこれに良く従っている。一方 5.2 節のノイズレベルは $1/R$ に比例することがわかっており、 RT 測定時のノイズレベルが理論式と合うのは TES を流れる電流が小さいためであるといままでの測定結果から推測されている。実際の動作時に流れる I は、数 $10\mu\text{A}$ であり、 RT 測定時には $10\mu\text{A}$ 以下である。また、 PH も 5.2 節とは異なるふるまいを示す。これらの詳しい考察については 5.2 節で行う。

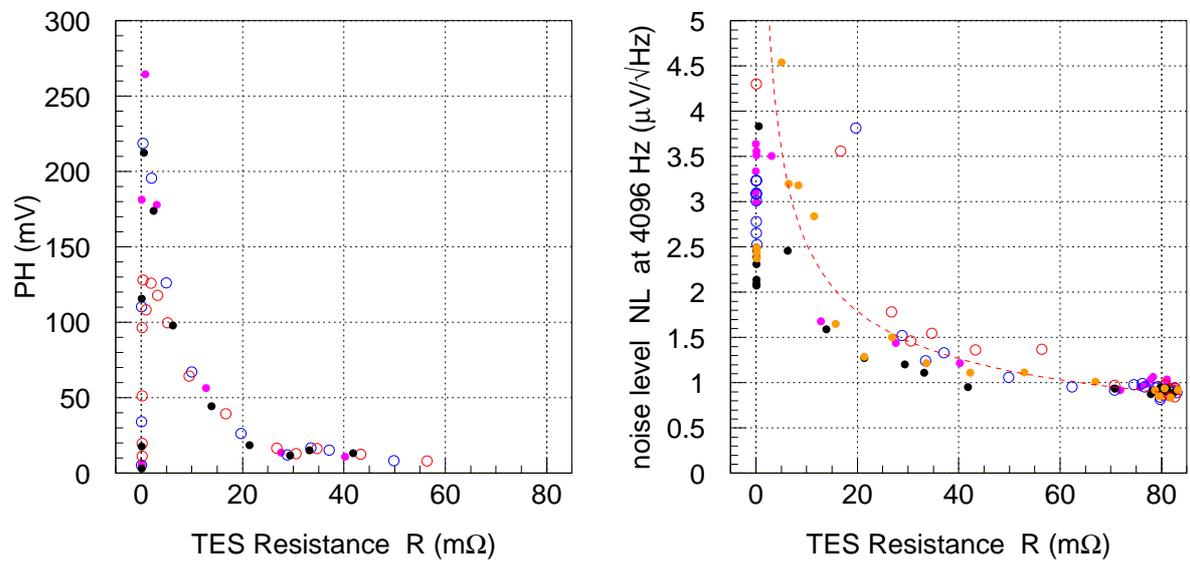


Fig. 5.7: Right : The relation between R and the pulse height PH in R - T measurements. See Table 5.1 for markers. Left : The relation between R and the noise level NL at 4096 Hz in R - T measurements. The NL is roughly in proportion to $1/R$ (a dotted line represents $70 \times 1/R$).

5.2 ETF Properties at TMU

5.2.1 Principles of ETF measurements

ある程度のバイアス電圧 V_b を TES にかける TES を常伝導の状態にし、その状態から熱浴の温度 T_s を一定になるように温度コントロールをかけ、 V_b を下げていき、TES に流れる電流 I を測定する。このときの TES にかかる電圧 V と I との関係を一般に I - V 特性とよんでいる。ここで、 V_b を変化させ、SQUID から出力される DC レベルの変化を調べ I_b - I の関係を求めると、図 5.8 の左のグラフのようになる。これをみると、 I が I_b に比例する領域と R に依存して減少する 2 つの領域があることがわかる。この I_b が小さい場合 ($< 200 \mu\text{A}$) と大きい場合 ($> 600 \mu\text{A}$) の比例する領域では、 R は一定でありそれぞれ TES が超伝導、常伝導になっている状態である。中間の領域では TES が超伝導 - 常伝導遷移の途中の状態にあり、よってこの領域をカロリメータの動作点として用いている。カロリメータの抵抗値 R は式 (5.2)、(5.3) の関係を用いることで I_b - I のプロットから求めることができ、図 5.8 の右のグラフのようになる。このような測定は、毎回の性能評価で行っており、ここで使用したデータの一覧を表 5.2 に示し、動作時の設定パラメータを表 5.3 に示す。表 5.2、5.3 の設定は、5.6 節からの X 線照射実験においても同じである。

ここで、TES を流れる電流 I は、SQUID を用いて測定するため変化量を測定することのみ可能となる。そこで、TES が常伝導となる領域において I_b vs. I が正比例するように補正をかけることで、電流値の絶対量を明らかにできる。この補正のときに TES の常伝導抵抗が $R_n = 80 \text{ [m}\Omega\text{]}$ になるように考慮し、その補正線を図 5.8 の左のグラフに赤点線で示した。また、 $R_n = 80 \text{ [m}\Omega\text{]}$ の値も図 5.8 の右のグラフに赤点線で示した。図 5.8 を見てわかるように、 $I_b - I$ 、 $I_b - R$ の両方の関係においてすべての都立大での測定結果はほぼ同じ値を示す。これは、熱浴の温度を調節する希釈冷凍器の E/P の温度を 20 mK と一定にしているためである。ここで、この温度は熱浴の温度といえないこともないが、実際の熱浴温度 T_s はカロリメータにより近いホルダ (LTC) の温度としたほうがよい。また、この E/P の温度のキャリブレーションはあまり確かなものではない。このため、今後、ホルダ (LTC) 温度を熱浴温度 T_s と呼ぶことにする。ここで、表 5.2 の測定での I_b - T_s の関係を図 5.9 に示す。

TES を流れる電流 I と T_s の関係は、熱のつりあいの式

$$RI^2 = \frac{G_0}{n}(T^n - T_s^n) \quad (5.7)$$

より

$$I = \sqrt{\frac{G_0 T^n}{nR} \left(1 - \left(\frac{T_s}{T}\right)^n\right)} \quad (5.8)$$

$$= \frac{G_0 T^n}{nI_b} \frac{R + R_s}{RR_s} \left(1 - \left(\frac{T_s}{T}\right)^n\right) \quad (5.9)$$

となる。これより、ある抵抗 R における温度 T 、 G_0 、 n の値が個々の測定においてほぼ同じであると仮定すると

$$I \propto \left(1 - \left(\frac{T_s}{T}\right)^n\right) \frac{1}{I_b} \quad (5.10)$$

となり、 I_b に対する I は T_s のみに依存することになり、 T_s がそれぞれの測定で同じならば、それぞれの測定での I は同じ値を示すことになる。これは磁気シールドなどの測定環境にはよらない。

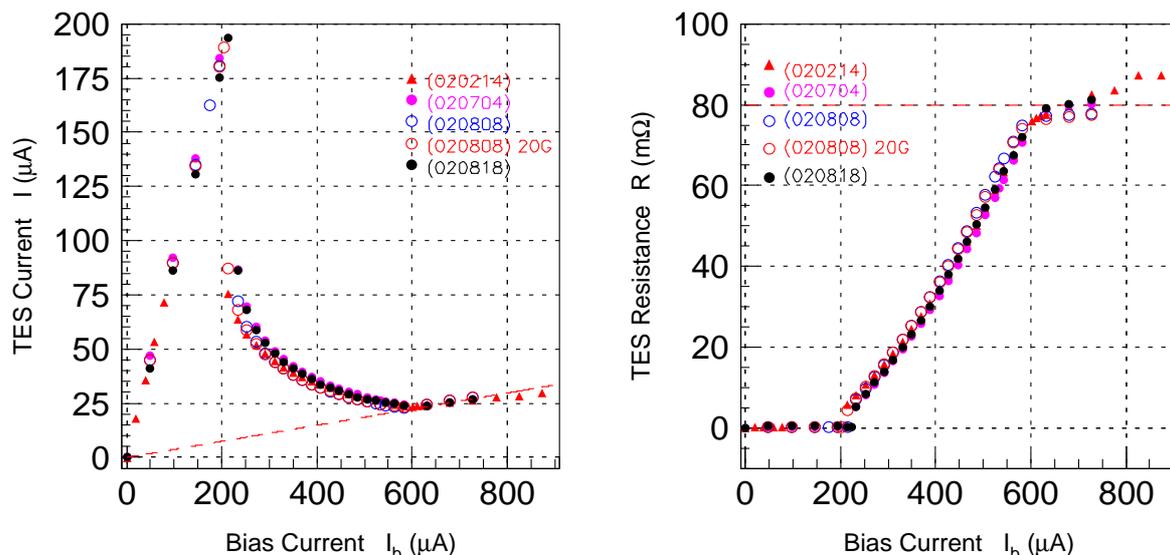


Fig. 5.8: Relations between (left) the bias current I_b and the TES current I , (right) I_b and the TES resistance R , measured at almost the same heat sink temperature (see Fig. 5.9), with the same shunt resistor of $R_s = 3.0880 \text{ m}\Omega$. See Table 5.2 for markers. I_b - I relations were corrected at the jump at $I_b \sim 200 \mu\text{A}$ to follow the red dashed line in the left panel when the TES is normal ($I_b \gtrsim 600 \mu\text{A}$). The normal resistance of TES is $R_n = 80 \text{ m}\Omega$ (red dashed line in the right panel).

Table 5.2: Conditions and environments of the SII-14b ETF measurements.

date	marker	magnetic shield	magnetic field [G]
020214	red	×	×
020704	magenta		×
020808	blue		0
020808-20G	red		20
020818	black		×

5.2.2 Measurements of NL , PH , and S/N

この測定の際には、他に TES のノイズレベル、X線パルスハイト、またこの2つから S/N 比を、個々のバイアス電圧について調べることができる。LLNLでは、都立大で行っているような個々のバイアスでの NL や PH の測定は行っていない。そこで、このような方法で都立大で測定した結果と比較する場合には、実際に取得したノイズデータやX線パルスデータからの値を読み取るという方法をとった。ここで、LLNLでの測定における動作時の設定パラメータを表5.4に示す。

都立大におけるノイズレベルの測定には、 RT 測定と同様に 4096 Hz でのノイズの値 NL [$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$] を測定した。LLNLのノイズレベルは、実際に取得したノイズデータの 4272 Hz の値を読み取った。X線パルスの測定では、都立大では RT 測定と同様に同じ装置を使用し、その動作点において典型的と思われるパルスハイトを PH [μA] とした。LLNLでの PH は、実際に取得した $\text{AlK}\alpha$ のX線パルスデータから平均パルスを求め、そのパルスハイトを PH_{Al} とした。ここで、都立大にて用

Table 5.3: Experimental setup parameters when SII-14 calorimeter operated at TMU on all days shown in Table 5.2. The shunt resistor were placed at an experimental platform (E/P).

place	shunt resistor R_s [m Ω]	E/P temperature [mK]
TMU	3.0880	~ 20

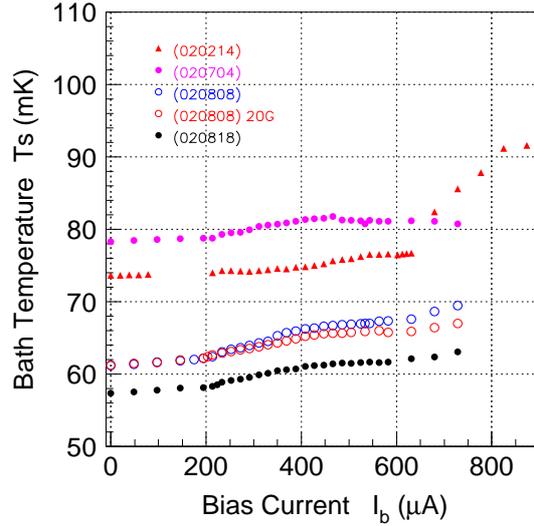


Fig. 5.9: Relations between the bias current I_b and the bath temperature T_s measured with a RuO_2 thermometer attached on the TES holder. See Table 5.3 for markers. Typical errors of T_s is about ± 5 mK.

いている線源は $\text{MnK}\alpha$ であるので、都立大の測定結果と比較できるように、LLNL の PH_{Al} を、 PH のエネルギーに対する線形性を補正した後の Al のエネルギー 1486.8 eV に対しての PH を AlPH 、Mn のエネルギー 5894.2 eV に対しての PH を MnPH として

$$PH_{\text{LLNL}} = PH_{\text{Al}} \frac{\text{MnPH}}{\text{AlPH}} \quad (5.11)$$

として計算した PH_{LLNL} をプロットした。S/N 比 S/N は PH/NL として求めた。これらのパラメータを I_b ないし R についての変化として調べることができ、これによって得られるカロリメータの I_b ないし R についての特性を ETF 特性とよぶことにする。

5.2.3 Calculations of thermal conductance G

ここで、TES の発熱量は式 (5.3) より

$$P \equiv I^2 R = \frac{RR_s^2}{(R + R_s + R_p)^2} I_b^2 \quad (5.12)$$

であり、また式 (2.166) より

$$P = \frac{G_0}{n} (T^n - T_s^n) \quad (5.13)$$

Table 5.4: Experimental setup parameters when the SII-14 calorimeter was operated at LLNL.

place	marker	shunt resistance R_s [m Ω]	parasitic resistance R_p [m Ω]	bath temperature T_s [mK]
LLNL	green	4.30	5.0	~ 100

である。これより熱浴との熱伝導度 G は

$$\begin{aligned}
 G &= G_0 T^{n-1} = nP(T^n - T_s^n) \\
 &= \frac{nI_b^2 R R_s^2}{(R + R_s + R_p)^2 (T^n - T_s^n)} T^{n-1}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

として n をフィットすることで見積もることができる。この計算より求めた P 、 G の値を 図 5.10 に示す。

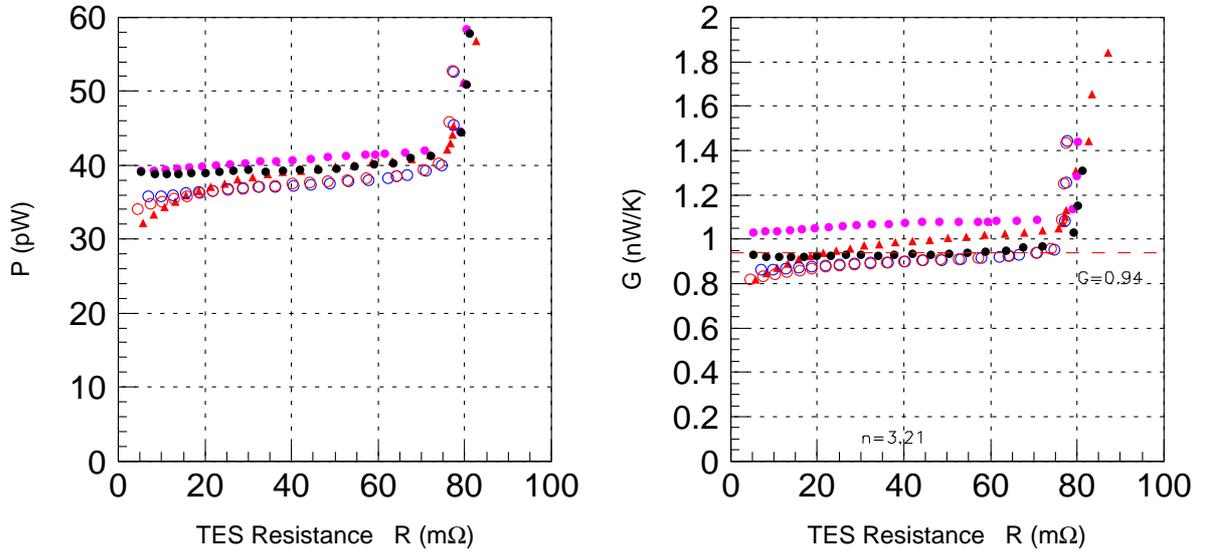


Fig. 5.10: Relations between (left) the TES resistance R and the Joule heat P in TES, (right) R and the thermal conductance G , measured at almost the same heat sink temperature (see Fig. 5.9), with the same shunt resistor of $R_s = 3.0880$ m Ω . See Table 5.2 markers. We assume $n = 3.21$ in the calculation of G , in order to obtain consistent values of G among these measurements.

5.2.4 Calculations of sensitivity α

また、TES の周波数 0 でのインピーダンスを

$$Z \equiv \frac{dV}{dI} \tag{5.15}$$

と定義すると、 $P \equiv IV$ 、 $R = V/I$ より

$$\begin{aligned}
 \frac{d \log P}{d \log R} &= \frac{d \log V + d \log I}{d \log V - d \log I} = \frac{\frac{d \log V}{d \log I} + 1}{\frac{d \log V}{d \log I} - 1} = \frac{\frac{I}{V} Z + 1}{\frac{I}{V} Z - 1} \\
 &= \frac{Z + R}{Z - R}
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

と表せる。ここで

$$\begin{aligned}\frac{d\log P}{d\log R} &= \frac{R dP}{P dR} = \frac{R \frac{dP}{dT}}{P \frac{dR}{dT}} = \frac{R G}{P \frac{R}{T}\alpha} \\ &= \frac{GT}{P\alpha} \equiv \frac{1}{\mathcal{L}_0}\end{aligned}\quad (5.17)$$

であるので

$$\frac{Z + R}{Z - R} = \frac{GT}{P\alpha} \equiv \frac{1}{\mathcal{L}_0}\quad (5.18)$$

となる [26]。これより、測定において Z 、 R がわかれば、その点での \mathcal{L}_0 、また G 、 T 、 P が求められれば α を求めることができる。ここで、 G は式 (5.14) によって求めることができ、TES の温度 T は RT カーブをフィットした際のフィッティング関数より R を代入して見積もることができる。

5.2.5 Calculations of heat capacity C

さて、実際の駆動回路でのループゲイン \mathcal{L} は式 (2.105) で与えられる。ここで、式 (2.122) より、 G と \mathcal{L}_0 がわかれば C を推測することができる。すなわち

$$\tau_{\text{eff}}(\mathcal{L}_3 + 1)|_{\omega=0} = \mathcal{L}_0 \left(\frac{R - R_s}{R + R_s} + 1 \right) \tau_{\text{eff}} = \tau_0 \equiv \frac{C}{G}\quad (5.19)$$

より求めればよい。 τ_{eff} の値については、実際に取得した X 線パルスの平均パルスを指数関数でフィットした際の時定数より求めた。 C を計算した際のプロットを図 5.11 に示す。これより C はだいたい $1 \sim 3$ pJ/K 付近であるように見えるが、ばらつきが多く正確な値ははっきりとしない。これは、 C は多くのパラメータの結果として導出されるので誤差が非常に大きくなってしまいうという理由もある。このプロットにおいて、LLNL で測定した際の結果 (黄緑) も加えた。

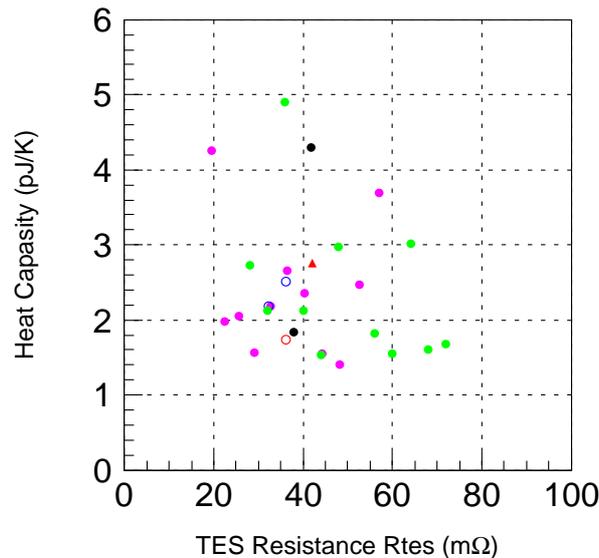


Fig. 5.11: The relation between R and the heat capacity C calculated from the effective time constant τ_{eff} using eq. (5.19). This plot also contains the result calculated from the measurement at LLNL.

5.3 IV Measurements at LLNL

LLNL では、入力に \sin 波を入れて測定することで、入力を変えたときの TES に流れる電流変化を連続的に測定することができる。測定方法としては、TES が超伝導にならない程度にオフセットと振幅を調整した非常に遅い周期の正弦波を入力し、そのバイアスと SQUID 出力を同時に取得する。バイアス電源にはファンクションジェネレータ HP33120A を使用し、正弦波の周期は 0.1 Hz である。表 5.5 に、IV を取得した熱浴温度と各温度でのオフセットなどをまとめる。データ取得には ADC(Gage) を用い、その前に 300 Hz のローパスフィルタをいれている。

Table 5.5: Setup parameters of the SII-14b IV measurement at LLNL.

bath temperature T_s [mK]	offset voltage [V _{DC}]	amplitude [V _{p-p}]
90	0.230	0.20
100	–	0.20
110	0.216	0.20
115	0.215	0.20
120	0.203	0.20
130	0.187	0.20
135	0.176	0.20
140	0.163	0.20
145	0.142	0.20
147	0.102	0.14

5.3.1 Determinations of R_s and R_p

LLNL で測定したデータを都立大で測定したものと比較できる IV 関係を得るためには、TES が超伝導時と常伝導時のときの抵抗が両機関の測定で同じであるという仮定のもとに、IV データを実際に TES にかかる電圧 V に変換する際の補正が必要となる。このため、TES が超伝導時と常伝導時のデータを利用し、 R_s と R_p を正確に決める必要がある。ここで、TES を流れる電流 I と電圧 V の関係は式 5.3 で与えられる。これを用いると、 $R = 0, R = R_n$ のとき

$$I(R = 0) = \frac{R_s}{R_s + R_p} I_b = a_1 I_b \quad (5.20)$$

$$I(R = R_n) = \frac{R_s}{R_n + R_s + R_p} I_b = a_2 I_b \quad (5.21)$$

となる。ここで、 $R = 0, R = R_n$ のときの $I - I_b$ 関係の傾きを a_1, a_2 とおいた。これがわかれば、 R_s と R_p は

$$R_s = \frac{a_1 a_2}{a_1 - a_2} R_n \quad (5.22)$$

$$R_p = \frac{a_2(1 - a_1)}{a_1 - a_2} R_n \quad (5.23)$$

として求めることができ、誤差は

$$\frac{\partial R_s}{\partial a_1} = -\frac{a_2^2}{(a_1 - a_2)^2} R_n, \quad \frac{\partial R_p}{\partial a_1} = -\frac{(1 - a_1)a_2}{(a_1 - a_2)^2} R_n,$$

$$\frac{\partial R_s}{\partial a_2} = -\frac{a_1^2}{(a_1 - a_2)^2} R_n, \quad \frac{\partial R_p}{\partial a_1} = -\frac{(1 - a_1)(a_1 - 2a_2)}{(a_1 - a_2)^2} R_n,$$

から計算できる。ここで、TES が超伝導時と常伝導時の抵抗としては、都立大の解析 (5.2.1 節) と同様に $R = 0 \text{ m}\Omega$ 、 $R = R_n = 80 \text{ m}\Omega$ と仮定する。

超伝導時のデータについては、5.2.1 節の方法と同様に測定したデータを用いる。これにより得られた $I - I_b$ 関係を 図 5.12 に示す。常伝導時のデータとしては、IV 測定のデータを用いた。図 5.13 に、 $T_s = 100 \text{ mK}$ の時のデータを 2 次関数でフィットした結果を示す。フィットにはバイアスが大きい部分のデータを使用した。これらの結果より

$$\begin{aligned} R_s &= 4.3255 \pm 0.0026 \text{ (m}\Omega\text{)}, \\ R_p &= 5.012 \pm 0.051 \text{ (m}\Omega\text{)}, \end{aligned} \quad (5.24)$$

と求められた。

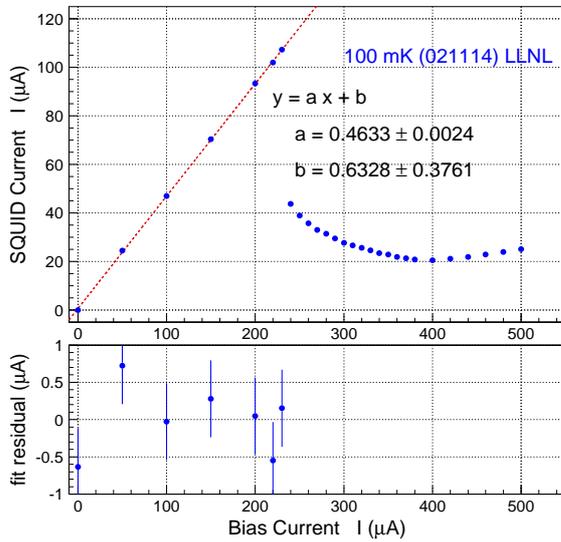


Fig. 5.12: Upper: The relations between the bias current I_b and the TES current I at $T_s = 100 \text{ mK}$. The superconducting part of the I_b - I relation, is fitted with a function of $y = ax + b$ (red dashed line), and the best fit values are written in the panel. Lower: The fit residual. Error bars are scaled as $\chi^2/\text{d.o.f} = 1$, assuming to have a constant value.

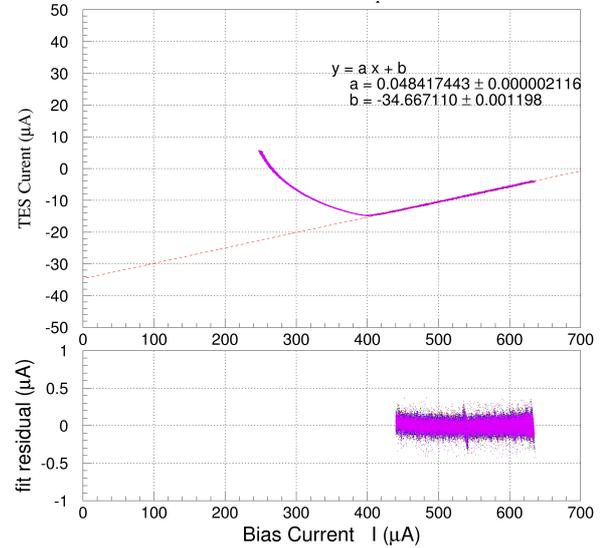


Fig. 5.13: Upper: The relation between the bias current I_b and the TES current I at the bath temperature of $T_s = 100 \text{ mK}$. The normal part of the I_b - I relation is fitted with a function of $y = ax + b$ (red dashed line), and the best fit values are written in the panel. Lower: The fit residual.

5.3.2 R - I and V - I relations

R_s 、 R_p の値が求められたので、次に R - I 関係と V - I 関係を求める。TES の抵抗 R は、式 (5.3) より

$$R = (I_b/I - 1)R_s - R_p \quad (5.25)$$

と求められる。誤差については、 R を $0.1 \text{ m}\Omega$ ごとのピンに区切って、そのピンごとに平均値と分散を計算し、分散の平方根を誤差とみなすこととする。結果を 図 5.14 に示す。 V - I 関係についても同様に 10 nV ごとのピンに区切って誤差を計算する方法を用いる。ここで、 V は

$$V = (I_b - I)R_s - R_p I \quad (5.26)$$

から求められる。結果を 図 5.15 に示す。

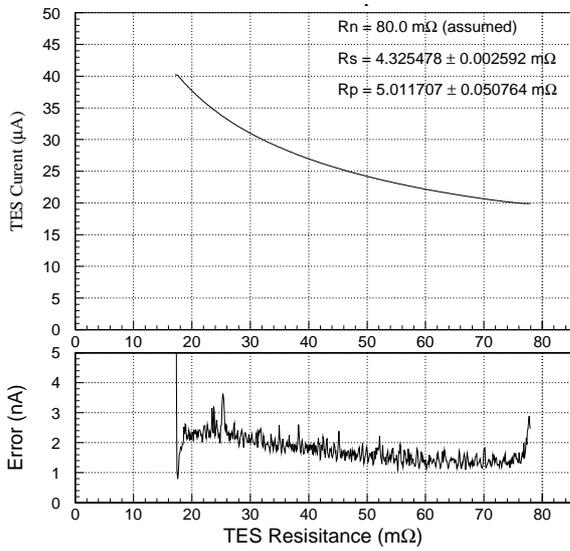


Fig. 5.14: Upper: The relation between R and I at $T_s = 100 \text{ mK}$. R is calculated using eq.(5.25) with the parameters written in the panel. The TES current I is calculated for every $0.1 \text{ m}\Omega$ bin of the TES resistance R , by averaging the measured ones. Lower: Standard deviation of the TES current I for each $0.1 \text{ m}\Omega$ bin.

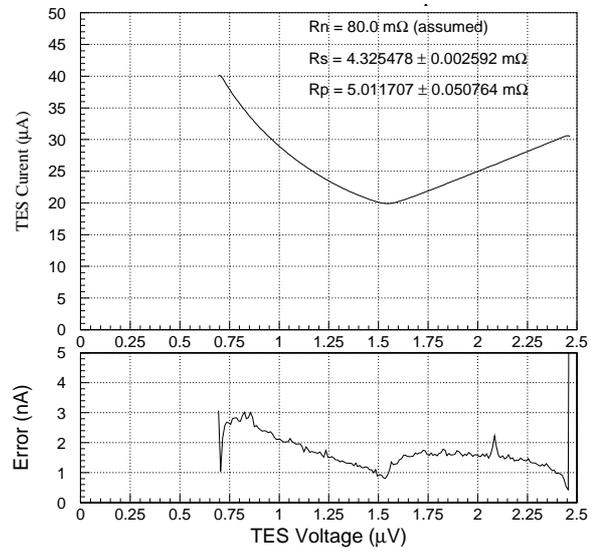


Fig. 5.15: Upper: The relation between V and I at $T_s = 100 \text{ mK}$. V is calculated using eq.(5.26) with the parameters written in the panel. Lower: Standard deviation of the TES current I for each bin.

上記までの方法を用いて、すべての熱浴温度において R - I 関係、 V - I 関係を求めたものを、図 5.16、図 5.17 に示す。

5.3.3 Calculations of thermal conductance G

前節で各熱浴温度で求めた R - I 関係を用いて、熱伝導度 G を求める [27]。方法としては、式 (5.7) を仮定し G_0 、 n 、 T をフィットにより求める。ここで、TES の抵抗が常伝導抵抗に近い $R = 72 \text{ m}\Omega$ のデータを用い、TES の温度と熱浴の温度は同じであると仮定する。横軸を熱浴温度 T_s 、縦軸を TES を流れる電流 I としてプロットし、 G_0 、 n 、 T をパラメータとして式 (5.7) でフィットを行なっ

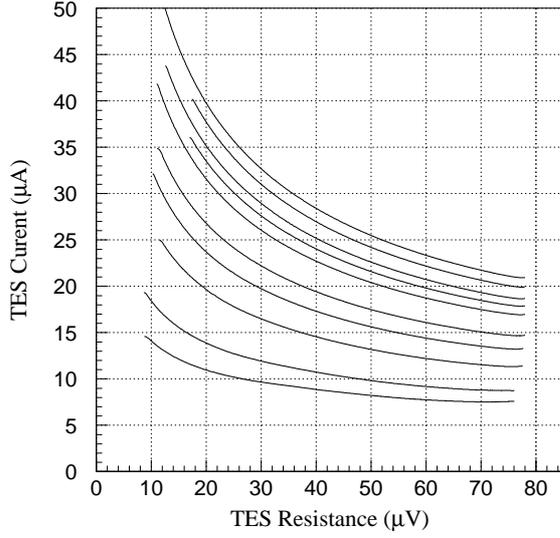


Fig. 5.16: Relations between the TES resistance R and the TES current I for the bath temperatures of $T_s = 90, 100, 110, 115, 120, 130, 135, 140, 145, 147$ mK from upper to lower, respectively.

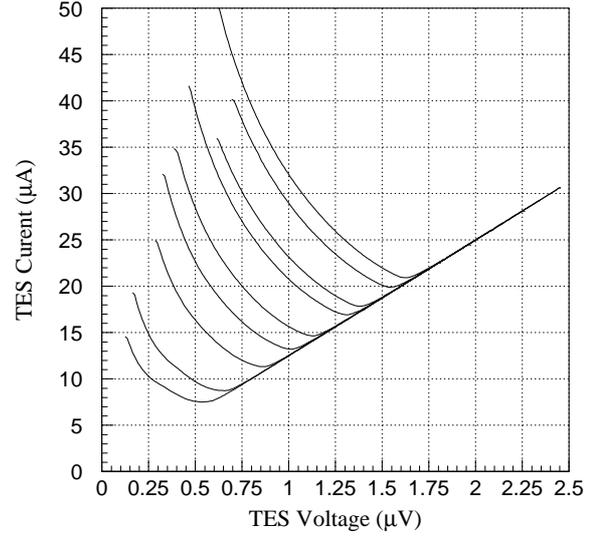


Fig. 5.17: Relations between the bias current V and the TES current I for the bath temperatures of $T_s = 90, 100, 110, 115, 120, 130, 135, 140, 145, 147$ mK from upper to lower, respectively.

た結果を 図 5.18 に示す。フィットの結果より

$$G_0 = 54.01 \pm 4.75 \text{ [nW/K}^n\text{]} \quad (5.27)$$

$$n = 3.199 \pm 0.042 \quad (5.28)$$

$$T = 151.955 \pm 0.096 \text{ [mK]} \quad (5.29)$$

と求まった。各温度での熱伝導度 G は、 G_0 、 n を用いて 式 2.17 を用いて求めることができる。

5.3.4 Calculations of sensitivity α

前節で求めた G を用いて R - T 関係を計算する。抵抗 R における TES の温度 T は、式 (5.7) を変形して

$$T = \left(T_s^n + \frac{nRI^2}{G_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5.30)$$

と計算できる。これを用いて求めた R - T 関係を 図 5.19 に示す。

温度計の感度 α は、次のようにして求めた。まず、式 5.7 を R で微分すると

$$I^2 = 2RI \frac{dI}{dR} = G_0 T^{n-1} \frac{dT}{dR} \quad (5.31)$$

となる。ここで、 R 付近での R - I 関係の傾きを

$$\frac{dI}{dR} \equiv k \quad (5.32)$$

とおく。式 (5.31) に 式 (5.32) を代入し、式 (1.14) を用いると

$$I^2 + 2RIk = G_0 T^{n-1} \frac{T}{\alpha R} \quad (5.33)$$

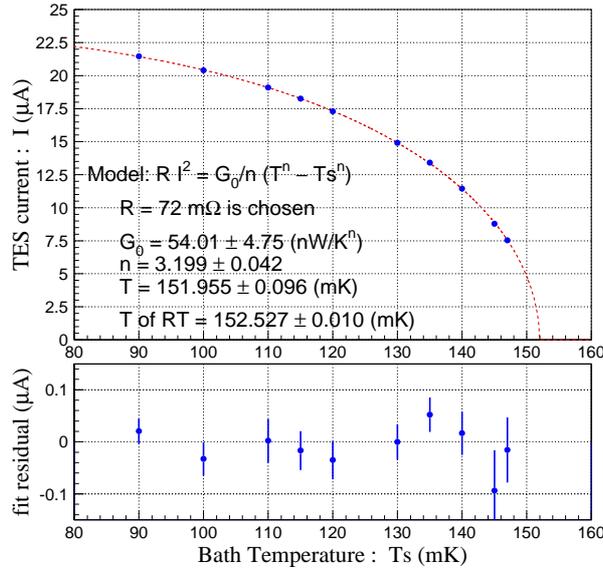


Fig. 5.18: The result of fitting for G_0 , n , and T using the R - I relations of Fig. 5.16 at $R = 72 \text{ m}\Omega$, and the best fit values are written in the panel. The best fit curve is indicated by a red dashed line, and the TES current at $R = 72 \text{ m}\Omega$ for various bath temperatures are plotted by blue circles. Error bars are scaled as $\chi^2 \text{d.o.f} = 1$.

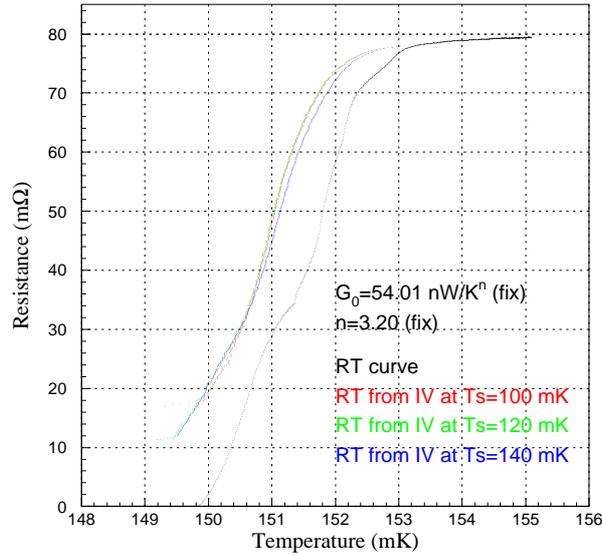


Fig. 5.19: Red, green, blue: Calculated RT curves at $T_s = 100, 120, 140 \text{ mK}$, respectively, using the eq. (5.30). They give almost the same results. Black: Measured RT curve same with green points of Fig. 5.3.

となる。これに式 5.30 を代入し T を消去して整理すると

$$\alpha = \left(n + \frac{G_0 T_s^n}{RI^2} \right) \frac{I}{I + 2kR} \quad (5.34)$$

となる。 α の誤差は、 R - I 関係を適当な範囲で直線でフィットして求めた k の誤差を伝搬させて計算を行なっている。図 5.20 に R の前後 $\pm 1 \text{ m}\Omega$ の範囲でフィットして求めた k を用いて α の値を計算した結果を示す。

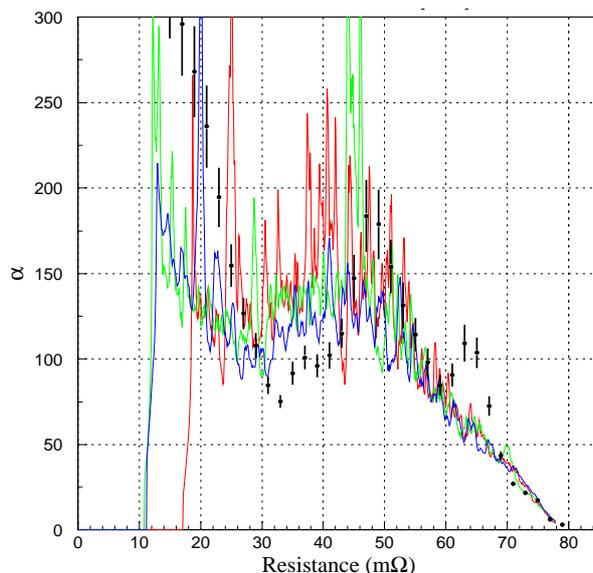


Fig. 5.20: Red, green, blue: Relations between α and R at $T_s = 100, 120, 140$ mK, respectively. The α is calculated from the I - V measurements using eq. (5.34). The value of k defined by eq. (5.32) is derived from fitting the R - I relation (Fig. 5.16) within a range of ± 1 m Ω for every R . Black: The R - α relation calculated from the RT curve (black points in Fig. 5.19). The α is derived from fitting the RT curve within a range of ± 1 m Ω .

R - T 関係および α について、熱浴温度の異なるものも重ねて示したが、ほぼ同じ関係が得られている。また、 RT 測定から得られた点も合わせて示したが、 RT カーブは ~ 1 mK ほど転移温度が異なった。 α の値も異なるが、傾向は似ているようだ。

これらの方法を用いて測定した、または計算した結果の考察については次節から行う。

5.4 Pulse Analysis

5.4.1 PH changes by magnetic shield

5.2 節において、 I_b-I 、 I_b-R は測定環境などによらずほぼ同じ値を示していた。しかし、 PH は明らかに測定環境によってふるまいが変化している。この様子を 図 5.21 に示す。

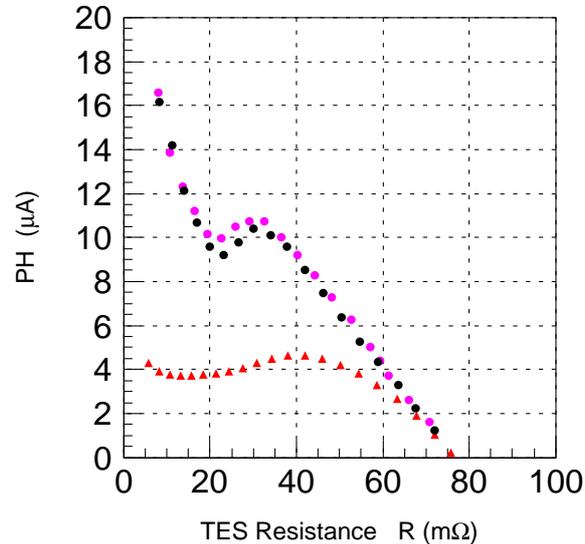


Fig. 5.21: Comparison of the pulse height (PH) under different conditions on the magnet shield. Red triangles: Results of the measurement without the magnetic shield, on 020214. Magenta and Black circles: Results of the measurements with the magnetic shield on 020704 and 020818, respectively.

図 5.21 において、(020704) また (020818) の PH (それぞれ マゼンタと黒) は、ほぼ同じふるまいを示しているが、(020214) (赤) の PH は、3つの結果の約 $1/2$ 程度と非常に小さい。 PH が大きくなるという原因としては、 α が大きくなりループゲイン \mathcal{L}_3 が大きくなった結果と解釈できる。これは磁気シールド (4.4.1 節) の効果と考えられる。つまり、磁気シールドをすることにより TES の臨界電流が大きくなり、実効的な温度計の感度が大きくなったのである。 IV 特性から求めた α を 図 5.22、またループゲイン \mathcal{L}_0 を 図 5.23 に示す。これより、明らかにシールド前は ~ 40 程度に抑制されていた α がシールド導入後は $2\sim 3$ 倍程度にまで大きくなり、その結果 \mathcal{L}_0 も大きくなっているのがわかる。

ここで、温度計の感度 α について、 IV 特性から求めた感度 α_{IV} と、 RT 測定から求めた α_{RT} を比較する。 α_{RT} についての結果を 図 5.24 に示す。これをみると、 α_{RT} についても磁気シールドのありなしでふるまいが異なるのがわかる。しかし、図 5.22 での磁気シールドのない状態での α_{IV} (赤) は、 ~ 40 程度に抑制されているが、磁気シールドのない α_{RT} (オレンジ) は、他の α_{RT} とはふるまいは異なるものの α_{IV} ほどは抑制されない。これは、測定日に半年ほどの違いがあり TES の経年変化の可能性もあるかもしれないが、それよりもむしろ TES を流れる電流の違いによるものとして説明できる。 RT 測定時の I は $\sim 1 \mu\text{A}$ 程度であるが、カロリメータ動作時の I は少なくともその 20 倍以上が流れることになる。つまり、磁気シールドのない状態では TES の臨界電流が小さくなっているため、TES 自身の電流によって α を小さくする影響を受けやすいと考えられる。このため、(020214) の段階では、カロリメータ動作時の α が小さく、 PH は RT 測定から予想される

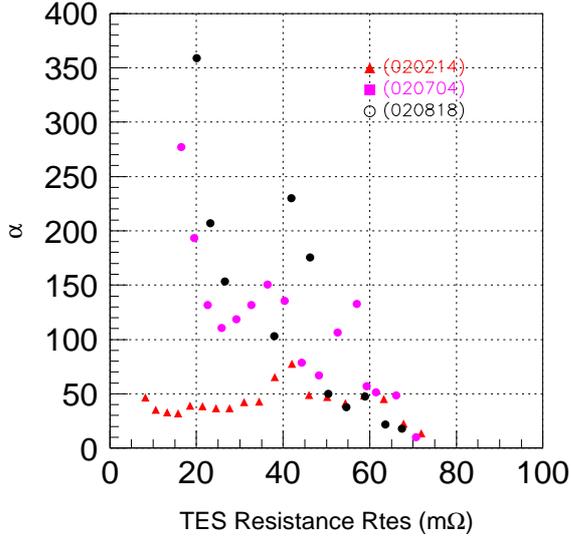


Fig. 5.22: Comparison of α calculated from the ETF measurements using eq.(5.18). Markers are same as Fig. 5.21.

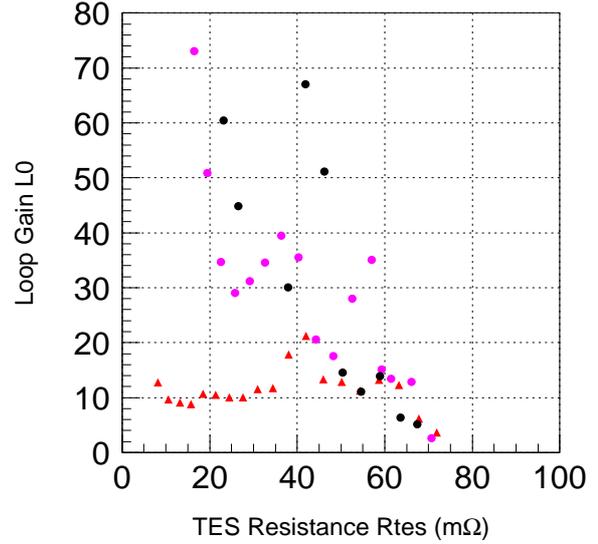


Fig. 5.23: Comparison of the loop gain \mathcal{L}_0 calculated from the ETF measurements using eq.(5.18). Markers are same as Fig. 5.21.

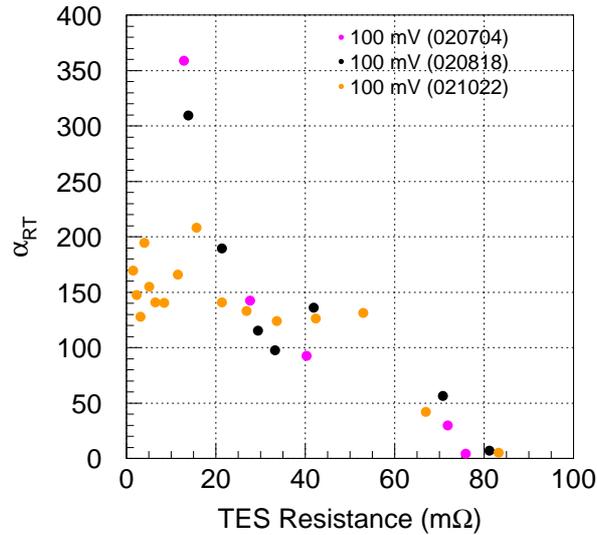


Fig. 5.24: Comparison of α calculated from the RT curves measured with nearly constant voltage bias. Magenta and Black circles: Results of the measurement with the magnetic shield on 020704 and 020818, respectively. Orange circles: Results of the measurement without the magnetic shield on 021022.

式 5.6 の $PH_{RT\text{estimate}} = 11 \mu\text{A}$ の半分以下の値しか得られていなかった。しかし、磁気シールドで臨界電流値を大きくすることによって α の抑制を抑えることに成功し、図 5.22 の α_{IV} (マゼンタと黒) は図 5.24 の α_{RT} とほぼ近い値を示すようになった。この結果、 PH は $PH_{RT\text{estimate}}$ とほぼ同程度のものが得られるようになった。

磁気シールドの効果を確かめるために、磁気シールドをまた外して初測定 of (020214) の結果と比べたのが、図 5.25 の (020222) のプロットである。初測定では、シャント抵抗 $R_s = 9.8560 \text{ m}\Omega$ を使

用したため、(020222) の測定においても同じものを使用した。図 5.25 をみると、明らかに (020222) の PH のふるまいは元の (020214) の結果とほぼ一致しており、 PH の変化は経年変化などの理由ではなく磁気シールドの効果であったことが確かめられた。

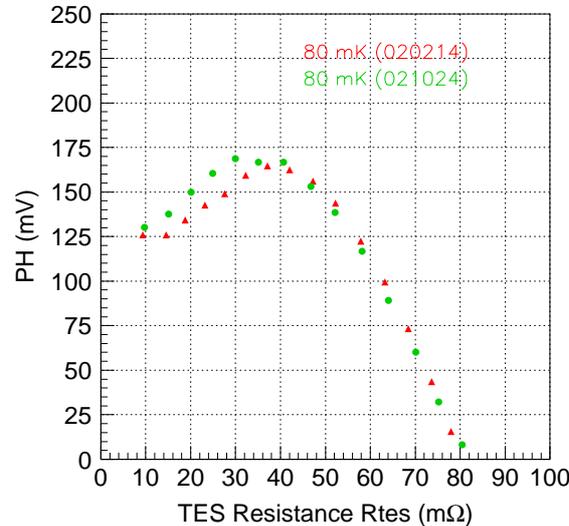


Fig. 5.25: Comparison of PH without the magnetic shield measured at $T_s \simeq 130$ mK with $R_s = 9.8560$ mΩ on 020214 (red triangles), and on 021024 (green circles). Because these two measurements at an interval of 10 months show similar dependence on R , the decline of PH at $R \lesssim 40$ mΩ is due to the absence of the magnetic field, and not to the long-term change of the TES.

5.4.2 PH changes by magnetic fields

感度 α が抑制される原因が磁場によるものだとしたら、磁気シールドをした状態で外部から磁場をかけて測定を行うことでこれを調べることができる。このため、TES に平行に磁場をかけ、磁場と PH との関係性を調べたのが、表 5.6 である。これより、印加磁場の大きくなるにつれ PH が抑制されていくのがわかるが、磁場の大きさと PH には必ずしもきれいな相関があるわけではなかった。また、大きい磁場をかけた後に磁場を落としても PH が元に戻らず、ヒステリシスあるいは磁場をトラップするようなことがあるらしい。

ここで、印加磁場を 20 G に固定し、 PH や α 、 \mathcal{L}_0 のふるまいを調べたのが図 5.26、5.27、5.28 の赤 である。これより、印加磁場が 0 G のとき (青) の PH は図 5.21 の (020704) や (020818) と同じ値をとるのに対して、印加磁場が 20 G のときは磁気シールドのない状態より顕著ではないが \mathcal{L}_0 、 α 、 PH が抑制され、 R と PH の関係が図 5.21 の (020214) の結果と似たような形になっているのがわかる。

また、地磁気は 0.3 G 程度と今回かけた 20 G よりもずっと小さいはずであるのに、 PH がそれほど小さくならなかった原因としては、磁場を TES に並行にかけているせいかもしれない、今後、垂直に磁場をかけた実験を行ってみる必要がある。

Table 5.6: Change of PH by the magnetic field parallel to the TES. Left: First measurement. Right: Second measurement.

magnetic field [G]	pulse height PH [mV]	magnetic field [G]	pulse height PH [mV]
0	489.6	0	460.4
10	450.0	5	485.4
20	450.0	15	466.7
25	400.0	20	433.3
20	395.8	25	385.4
		20	389.6

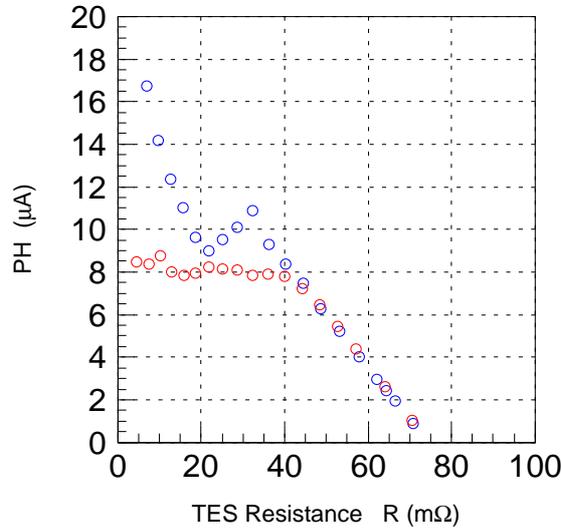


Fig. 5.26: Comparison of PH observed with (red circles, $B = 20$ G) and without (blue circles) the magnetic field parallel to the TES. The PH is suppressed with the magnetic field at $R \lesssim 40$ m Ω , which shows a similar trend of PH without the magnetic shield (Fig. 5.25).

5.4.3 R dependence of PH

いままでみてきた抵抗 R 対 PH の関係のプロットでは、 PH が $R \sim 38$ m Ω で極大値をもつのがわかる。通常 PH の大きさは、式 (2.99) より $R_p = 0$, $\omega = 0$ のとき

$$\Delta I = -\frac{I}{R + R_s} \frac{R\alpha}{T} \Delta T \quad (5.35)$$

$$= -I \frac{\alpha E}{TC} \frac{R}{R + R_s} \quad (5.36)$$

となり、TES を流れる電流 I に比例して大きくなり C/α が一定だと仮定すれば極大値はできないはずである。ここで、同じ図中の R と α や \mathcal{L}_0 の関係を見ると、 α や \mathcal{L}_0 も同じ抵抗値で極大となり、 RT カーブが 2 段転移のようになっているためであると考えるのが自然である。これは、図 5.6 の測定結果からも同じことがいえる。

RT カーブが $R \sim 38$ m Ω で 2 段転移を示す原因としては、TES そのものによる影響か、TES

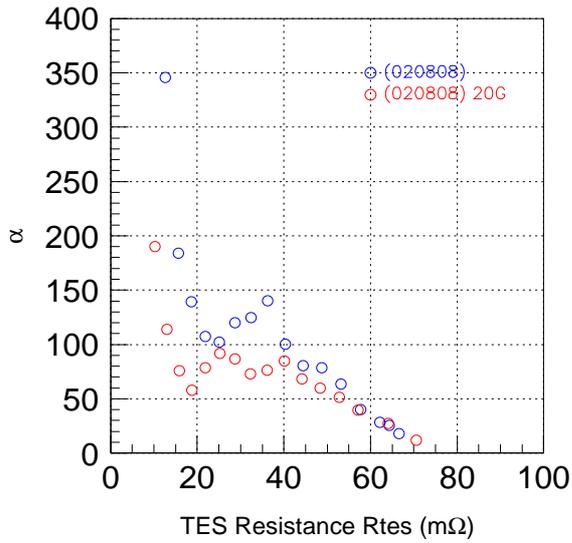


Fig. 5.27: Comparison of α calculated from the ETF measurements. Markers are same as Fig. 5.26.

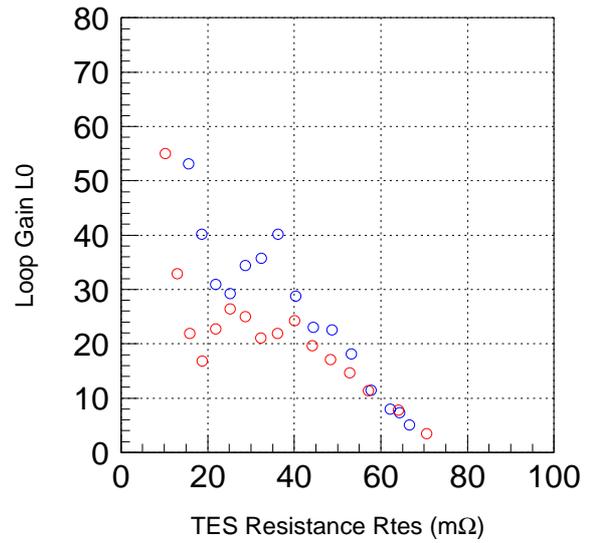


Fig. 5.28: Comparison of the loop gain \mathcal{L}_0 calculated from the ETF measurements. Markers are same as Fig. 5.26.

を流れる電流の場所に依存する可能性があるという2つが考えられる。後者は、TESの抵抗の大きいときには吸収体の下を流れていた電流が、TESの抵抗が小さくなるにつれ吸収体の脇を流れるようになり、その結果電流の流れる場所の電流密度が大きくなり、 RT カーブが抵抗の小さいところになまるというものである [28]。しかし、これが $\sim 1 \mu\text{A}$ 以下での測定でみられるというのは疑問であり、SII-14bでの PH のふるまいは、TES そのものに原因がある可能性が高いと考える。

5.5 Noise Analysis

5.5.1 Noise reduction by low-pass filter

4.4.1 節において、ローパスフィルタとしてバイアスラインにセラミックコンデンサを並列に入れた。これによって、 ~ 14 Hz 以上の高い周波数成分がカットされることが期待できる。このコンデンサを入れる前後でのノイズスペクトルを図 5.29 に示す。これを見ると、高い周波数のピークノイズが落ち、さらにパルスデータを取得する際に用いる横河オシロスコープが原因の 150 kHz 付近の発振もなくなった。また、ノイズレベルも若干下がっているのがわかる。このため、(020817) の測定においては 超過ノイズの寄与の小さい動作点で使用することができる。これによる読みだしノイズのエネルギー分解能への寄与は 5.1 eV \rightarrow 3.3 eV と改善された。

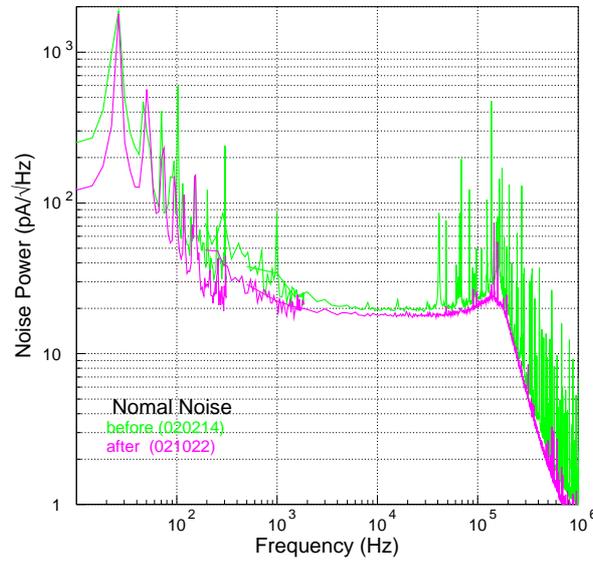


Fig. 5.29: Noise spectra before (green) and after (magenta) adding condensers into the bias line as a low-pass filter (Fig. 4.13). Both were measured at the bias voltage of $V_b = 3000$ mV with $R_s = 9.8560$ m Ω at $T_s = 130$ mK. After adding condensers, peaky noise components at higher frequency ($f \gtrsim 1500$ Hz, see § 4.4.1) was much reduced, and even the white noise level looks improved by $\sim 10\%$. Since these noise spectra are considered to consist of the readout noise and the Johnson noise, this plot represents that the readout noise becomes smaller.

5.5.2 Readout noise

都立大と LLNL での読みだし系ノイズの寄与を見積もる。読みだし系ノイズレベル NL_{read} は、測定した常伝導時のノイズレベル NL_{nomal} から $\mathcal{L}_0 = 0$ のときのジョンソンノイズの寄与を差し引いたものである。すなわち、式 (2.128) より

$$NL_{read} = \sqrt{NL_{nomal}^2 - \frac{4k_B(TR + T_s R_s + T_p R_p)}{(R + R_s + R_p)^2 + \omega^2 L_{in}^2}} \quad (5.37)$$

となる。都立大と LLNL の読みだしノイズを計算した結果を図 5.30、図 5.31 に示し、見積もりに使用したパラメータを表 5.7 に示す。また、常伝導時のノイズスペクトルデータ取得の設定を表 5.8

に示す。ここで使用した常伝導時のノイズスペクトルの都立大のデータは、コンデンサを入れた後の(020818)のデータを使用した。この都立大でのデータ取得の際の動作点においては、バイアス電圧をかけていたために熱浴の温度と TES の温度が同じではない。そのため式 (2.16) を用いて、TES の温度を熱伝導率 $K_0 = G_0/n$ と熱浴の温度 T_s から見積もった。ここで、 $K_0 = 17 \text{ nW/K}^n$ を用いた。

Table 5.7: Setup and operating parameters for the noise spectra shown in Fig. 5.30 and Fig. 5.31.

measurement places		TMU	LLNL
voltage	V [V]	5.0	0
TES resistance	R [m Ω]	80	80
shunt resistance	R_s [m Ω]	3.0880	4.3
parasitic resistance	R_p [m Ω]	0	5.0
TES temperature	T [mK]	191	155
bath (shunt) temperature	T_s [mK]	137	155
R_p temperature	T_p [K]	–	1.0
SQUID input coil inductance	L_{in} [nH]	190	200

Table 5.8: Conditions of data acquisition for noise records.

place	Record Length	sample rate [MS/s]	number of Records
TMU	10k	5	1020
LLNL	100k	5	20

図 5.30 と 5.31 を比較すると読みだし系ノイズが LLNL の測定において小さいことは明らかである。LLNL のノイズスペクトルについて、1000 Hz のノイズはターボポンプの振動によるノイズであり、200 Hz と 600 Hz 付近でみえるノイズのピークは測定機器によるものである。都立大のノイズレベルは低周波側でも LLNL より高く、50 Hz ノイズと SQUID 駆動装置からの 22 Hz ノイズの寄与が大きい。

また、これらの読みだしノイズのスペクトルから ~ 4100 Hz 付近の値を読みとると、都立大での読みだし系ノイズ NL_{readTMU} と、LLNL での読みだし系ノイズ NL_{readLLNL} は

$$NL_{\text{readTMU}} = 12.8 [\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}] @ 3992 \text{ Hz} \quad (5.38)$$

$$NL_{\text{readLLNL}} = 7.0 [\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}] @ 4275 \text{ Hz} \quad (5.39)$$

となる。これは後に NL のデータの評価をする際に用いる。

5.5.3 Excess noise

5.2.2 節の方法で測定した ローパスフィルタを入れた後の測定 (020818) でのノイズレベル NL の抵抗依存性を 図 2.4.2 に示す。理論的にはノイズレベルは式 (2.95) からわかるように $1/\sqrt{R}$ に比

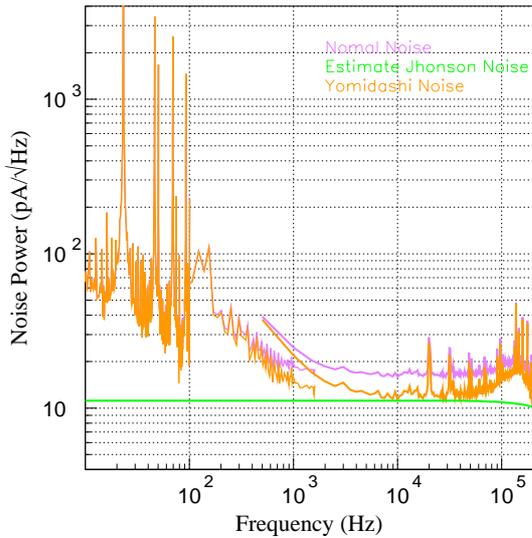


Fig. 5.30: Estimated readout noise spectrum at TMU (orange), which is calculated by subtracting the estimated Johnson noise (green) from the noise spectrum (purple) when TES was normal. The noise spectrum at lower frequency ($f \lesssim 1$ kHz) was taken by an FFT analyzer.

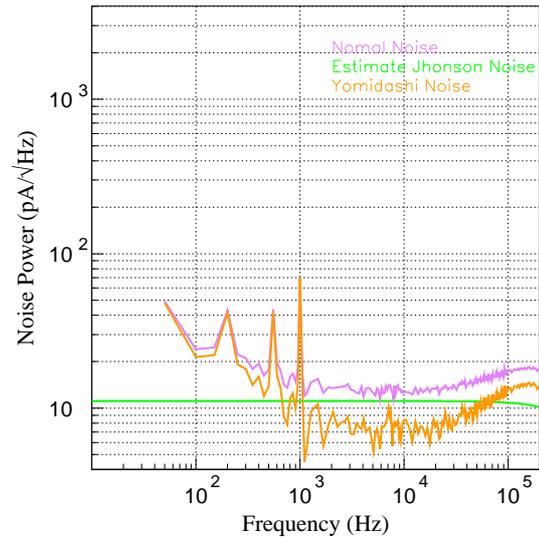


Fig. 5.31: Estimated readout noise spectrum at LLNL (orange), calculated in the same way as Fig. 5.30.

例する。この式を用いて 4096 Hz におけるノイズレベルの見積もりを示したのが、マゼンタの線である。この見積もりにおいて、用いたパラメータを表 5.9 に示す。また、熱容量 C は一定であると仮定し、 $C = 2.0$ pJ/K とした。SQUID ノイズについては 5.5.2 節の結果を用い、式 (5.39) より 13 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ とした。ここで、この見積もりに $1/\sqrt{R}$ をかけ、 $1/R$ に比例する形にした見積もりが緑である。これをみると、都立大で測定したノイズレベルは $1/R$ に比例して急激に増加していくことがわかる。今後、この見積もり以上の $1/R$ に比例する大きなノイズを 超過ノイズと呼ぶことにする。

このノイズレベルが $1/R$ に比例するというふるまいは、都立大で測定した限りでは測定環境をかえてもかえても変わることはない。また、磁場を外部から印加した際も NL は $1/R$ に比例する。この様子を 図 5.33 に示す。青 が 0 G の結果、赤 が 20 G 磁場を印加した際の結果である。(020818) と比べて NL が高くなっているが、これは常伝導 ($R \sim 80$ m Ω) の NL が高くなっており、読みだしノイズ自体が (020818) より大きくなっているため、 R 依存性はあまり変わらないといえるだろう。

このような $1/R$ 超過ノイズは都立大での測定環境にはよらなかったが、バイアス電流の小さい場合には抑制される傾向がある。TES に流れる電流 I を変えて ETF 特性と同様に 4096 Hz での NL を測定した結果を 図 5.34 に示す。この測定は、ある一定のバイアス電圧 V_b をかけ TES が常伝導の状態から温度を徐々に下げていき、そのときの NL と DC オフセットの変化を測定したものである。図 5.34 より I が小さくなるにつれて超過ノイズが抑制されることがわかる。しかしカロリメータを動作させる際には TES に数 10 μA の電流を流すために、超過ノイズはこの場合には抑制されな

Table 5.9: Summary of the parameters to estimate the noise level.

I_b [μA]	R [$\text{m}\Omega$]	I [μA]	T_s [mK]	T [mK]	G [nW/K]	α
233.01	5.27	86.10	58.90	143.52	0.927	0
310.68	16.92	47.94	59.89	144.12	0.921	662.8
330.10	20.00	44.14	60.13	144.22	0.923	358.8
349.51	23.23	41.01	60.47	144.33	0.926	206.9
368.93	26.57	38.41	60.61	144.43	0.929	153.3
427.18	37.89	32.19	61.18	144.74	0.929	103.0
446.60	41.88	30.67	61.28	144.86	0.932	229.88
466.02	46.20	29.20	61.46	144.99	0.931	175.4
485.44	50.44	28.00	61.57	145.12	0.935	49.8
504.85	54.63	27.01	61.51	145.26	0.940	37.9
524.27	58.98	26.08	61.58	145.42	0.946	47.66
543.69	63.62	25.17	61.66	145.63	0.948	21.9
563.11	67.43	24.66	61.63	145.84	0.963	17.77
582.52	72.10	23.93	61.64	146.18	0.967	0
728.16	81.15	26.69	63.08	150.89	1.310	0

い。

次に、都立大と LLNL のノイズレベル NL を比較する。 NL の R 依存性を示したグラフを図 5.36 に示す。実線は見積もりを表しており、LLNL の読みだしノイズは式 (5.39) の値を用いた。見積もりとデータを比較すると、都立大と LLNL どちらの測定結果も見積もりからの超過がみられることがわかる。この見積もりからの超過は、後に 5.6.4 節で示すが、ノイズスペクトルで比較すると都立大の結果の方が大きなものとなっている。 R 依存性については、都立大、LLNL とも $> 30 \text{ m}\Omega$ では同じような傾向を示すが、抵抗の小さなところでは、LLNL では $1/R$ 依存性は示さないように見える。このため、見積もりとの差を生じさせるノイズは、都立大と LLNL では別起源のノイズかもしれない。また、ノイズレベルは都立大、LLNL ともに $R = 20 \sim 30 \text{ m}\Omega$ 付近で局所的に大きくなっている。このある抵抗で急激に大きくなるノイズを、今後突発ノイズとよぶ。

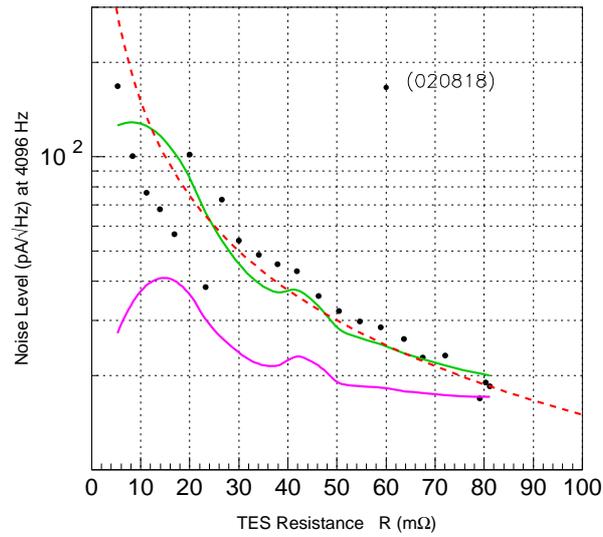


Fig. 5.32: Black: R dependence of the noise level NL at 4096 Hz on 020818. Magenta: Estimated NL using eq.(2.95), with parameters summarized in Table 5.9. The readout noise at TMU is $12.8 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ as indicated by eq. (5.39). Green: Scaling the magenta line by a factor of $1/(3\sqrt{R})$. Orange: Plot of a function of $f(R) = 1500/R$. The measured NL are roughly in proportion to $1/R$.

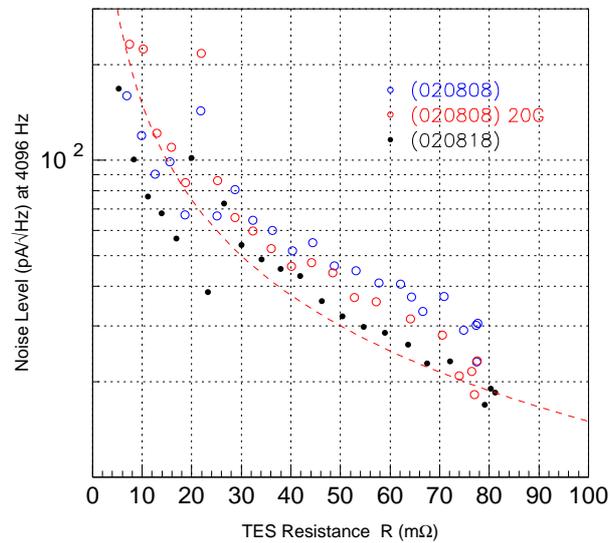


Fig. 5.33: Comparison of the NL under the magnetic field parallel to the TES. Black: No magnetic field on 020818 same as Fig. 5.32. Blue: No magnetic field on 020808. Red: With the magnetic field of 20 G. They give similar NL , and the NL does not change very much by the magnetic field. The NL with $B = 20 \text{ G}$ looks slightly lower, probably owing to the smaller α .

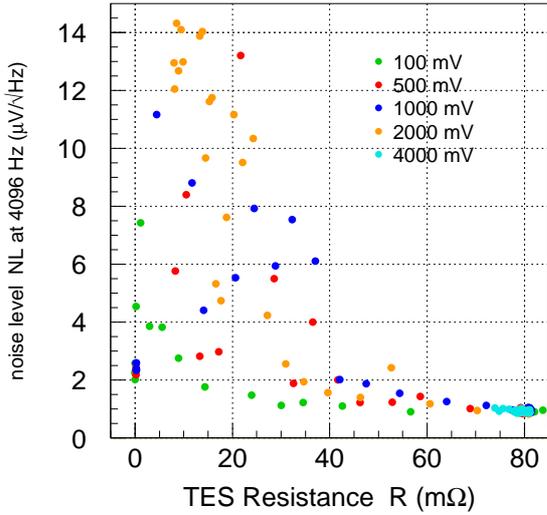


Fig. 5.34: Comparison of NL for different bias voltage V_b . This measurement was conducted by the bath temperature under a scanning constant voltage bias. For $V_b \lesssim 100$ mV, the NL is much suppressed when compared with those of higher biases.

green: $V_b = 100$ mV, red: $V_b = 500$ mV, blue: $V_b = 1000$, yellow: $V_b = 2000$ mV, light blue: $V_b = 2000$ mV.

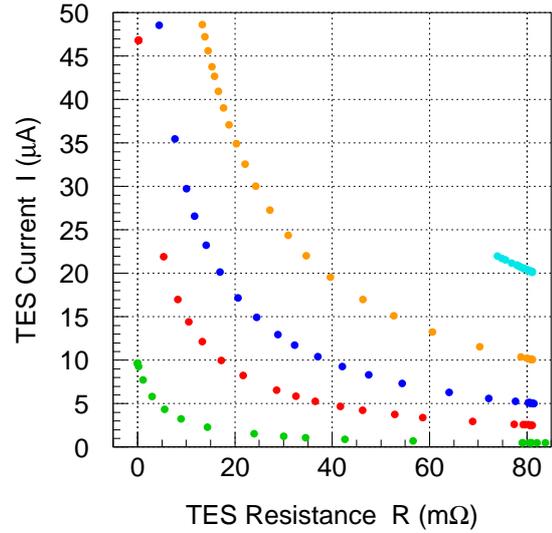


Fig. 5.35: The TES current I in measuring the NL in Fig. 5.34. Markers are same as Fig. 5.34. At very small current of $I \lesssim 5 \mu A$, the excess noise is almost negligible.

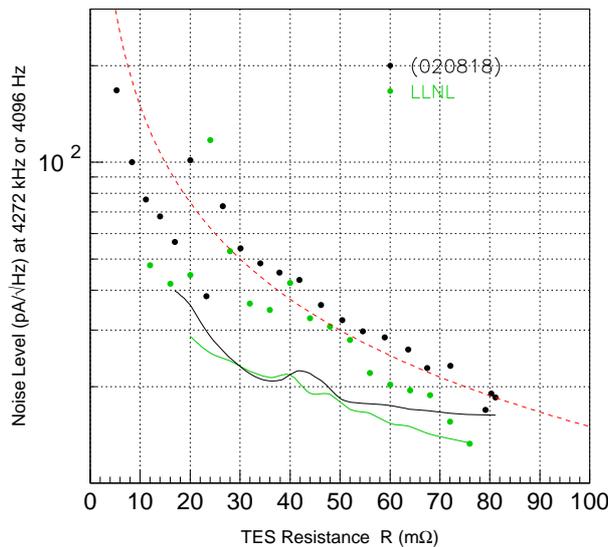


Fig. 5.36: Comparison of the NL at TMU with the NL at LLNL. Black circle: R dependence of NL at 4096 Hz on 020818 at TMU. The black line is the estimated NL , and the orange dashed line represents a function of $f(R) = 1500/R$. These plots are same as Fig. 5.32. Green circle: R dependence of NL at 4272 Hz on 021122 at LLNL. the green line is the estimated NL . Both NL are larger than the estimates.

5.5.4 Noise changes by X-ray irradiation

都立大のセットアップでは、線源を取り付けたまま希釈冷凍器に組み込むこととなるので、ノイズデータを取得するときにも X 線は常に照射された状態である。X 線照射しない状態のノイズスペクトルと比較する場合、一度カロリメータを希釈冷凍器からとりだし、常温に戻して線源を外すより方法がない。このため、データ取得が正確に同じ動作点で行われるとは限らない。しかし、LLNL では X 線発生装置を用いるので、同じ測定条件のもとでの同じ動作点の X 線照射をした状態としない状態のノイズデータを比較することが可能である。

はじめに、都立大において X 線照射ありなしのノイズスペクトルを比較する。このときのデータ取得条件と動作パラメータを表 5.10、ノイズスペクトルを図 5.37 に示す。データ取得では、シャント抵抗の値が異なり、データ取得のサンプル数とサンプルレート、カウント数が異なる。ただし、図 5.37 においては、TES の抵抗 R がほぼ同じになる動作点で取得したノイズスペクトルで比較を行っている。図 5.37 より、X 線照射時よりも X 線を当てない状態のほうがノイズレベルが低いことがわかる。X 線を当てない状態でのノイズスペクトルで、大きなラインがでてるのは、測定後に FFT アナライザが故障したりなど、測定環境があまり良い状態でなかったためであり、X 線源の有無の影響ではないと思われる。このように、X 線が当たっている状態ではノイズレベルは高くなることが予想される。これは、X 線が TES に入射したことによる温度ゆらぎの影響や、ベースラインの動揺など原因と考えられる。しかし、X 線照射時には常に X 線が TES に当たっているため、ノイズスペクトルにパルス成分が混じってしまった結果というのも否定できない。

Table 5.10: Data acquisition conditions of noise records with and without ^{55}Fe isotope and operating parameters.

	with ^{55}Fe	without ^{55}Fe
date	020817	021015
sampling rate [MS/s]	1	5
Record Length	100k	10k
number of counts [cts]	34	1020
shunt resistance R_s [m Ω]	3.0880	4.4402
bath temperature T_s [mK]	61.2	75.89
bias current I_b [mV]	4400	3000
TES resistance R [m Ω]	37.9	36.23
TES temperature T [mK]	144.74	144.73
TES current I [μA]	32.19	31.80

次に LLNL において、X 線発生装置と ADR の間のバルブを開閉することによってどのような変化が起こるかを調べる。データ取得の設定と動作パラメータを表 5.11 に示し、このときのノイズスペクトルの比較を図 5.38 に示す。図 5.38 をみると、ノイズスペクトルはジェネレータバルブ開閉で異なり、バルブを開けたとき、すなわち X 線照射時のほうが低周波側のノイズの寄与が大きいことがわかる。

また、ジェネレータのバルブの開閉によって DC オフセットの変化を調べると、DC オフセットが変化するのがわかった。これは、X 線ジェネレータの X 線強度によっても変化する。このときの

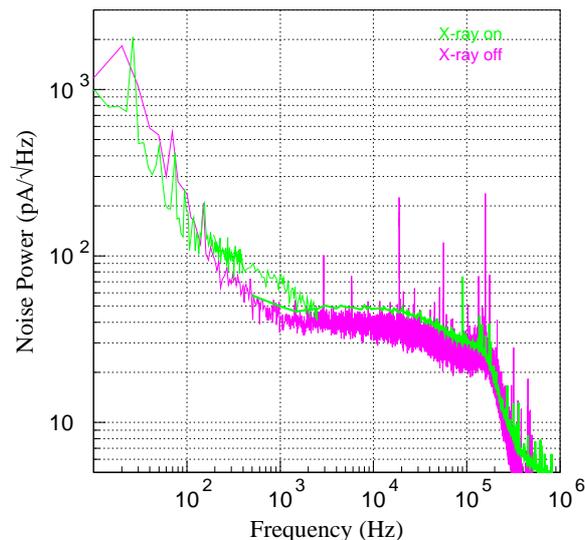


Fig. 5.37: Comparison of noise spectra with/without the ^{55}Fe isotope (X-ray on/off) at TMU. Operating parameters are summarized in Table 5.10. The noise with X-ray on is larger than that with X-ray off.

Table 5.11: Data acquisition conditions of noise records with the X-ray generator valve open/close at LLNL, on 021121, and their operating parameters.

marker		Black and Blue	Green and Magenta
sampling rate	[MS/s]	5	1
Record Length		16384	100k
Band Width	[kHz]	300	100
number of counts	[cts]	2000	15
filament current	[A]	10	
shunt resistance	R_s [$\text{m}\Omega$]	4.3	
parasitic resistance	R_p [$\text{m}\Omega$]	5.0	
bath temperature	T_s [mK]	100	
bias current	I_b [mV]	320	
TES resistance	R [$\text{m}\Omega$]	46	
TES temperature	T [mK]	150.96	
TES current	I [μA]	24.88	

結果を表 5.12、5.13にまとめる。動作点は図 5.38 のノイズスペクトルを取得した動作点と同じである(表 5.11)。表 5.12 から、heating filament の電流値を 10 A に設定したときの DC オフセットのバルブ開閉による変化は ~ 5.5 mV ほど上がることがわかる。DC オフセットの変化は、TES の温度に影響があるということを意味している。ディテクターテーブル上の温度計のこのときの温度安定度は通常通り ~ 10 μK であったが、この温度計は TES のすぐ近くにあるというわけではない

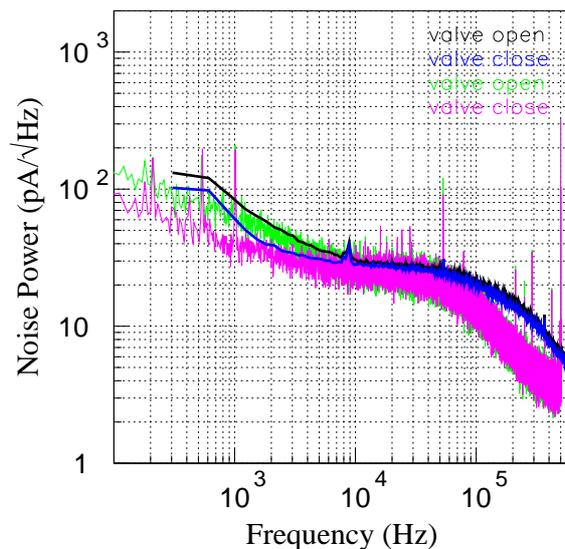


Fig. 5.38: Comparison of noise spectra with X-ray on/off (valve open/close) at LLNL. Operating parameters are summarized in Table 5.11. The noise with X-ray on is larger than that with X-ray off at low frequency ($f \lesssim 10$ kHz).

ので、実際には TES の温度は変化しているのではないかと考える。TES が超伝導遷移端にある場合、DC オフセットが上がるときは、ここではオシロスコープの DC を反転させているために TES を流れる電流 I が下がる時である。すなわち抵抗 R が上がった結果であり、温度 T が上がったために DC オフセットが上がったと考えられる。

Table 5.12: The change of DC offset in mV with X-ray generator valve open/close.

	first	second	third	average
close \rightarrow open	3.6	6.0	7.0	5.5
open \rightarrow close	—	-2.0	—	-2.0

Table 5.13: Change of DC offset as a function of the X-ray generator intensity.

heating filament [A]	DC offset [mV]
10.0 (close)	413
10.0 (close)	420
9.5	411
9.0	415
8.5	414

このときの TES の温度上昇 ΔT を見積もる。式 (2.168)、(2.169) を用いると

$$\Delta T = \frac{T}{\alpha R} \Delta R$$

$$= \frac{T}{\alpha I} \frac{R + R_s + R_p}{R} \Delta I \quad (5.40)$$

となるので、これより必要なパラメータを代入し計算すればよい。測定時の動作点におけるカロリメータの動作パラメータと、DC オフセットが 5.5 mV 変化したときの TES の温度変化 ΔT を表 5.14 に示す。

Table 5.14: Estimated change of operating parameters for the DC offset measurements.

current variation	ΔI	0.367 μA
resistance variation	ΔR	0.815 m Ω
temperature variation	ΔT	0.017 mK

表 5.14 より、温度変化は $\sim 17 \mu\text{K}$ と ADR の温度安定性に近い値であるために熱浴の温度変化として測定されなかったようだ。しかし、TES 自体の温度が $\sim 17 \mu\text{K}$ 上昇し、もしこの程度のゆらぎをもって変動をしている場合には、この温度変化によるエネルギー分解能への寄与は、41.9 eV にもなってしまう。LLNL の測定において、DC オフセットは開閉時のみにしか変化せず、TES 温度がゆらいでいるようには見えなかったため、この影響は上の値ほどにはならないが、IV 測定時の動作点と X 線照射時の動作点は異なってしまうことになる。DC オフセットの変化から見積もられる温度変化は、IV 特性から見積もられる TES の温度の誤差範囲であったため大きな影響はないと考えられる。この DC オフセットの変化は、X 線入射窓のフィルタが甘いためであると考えられる。LLNL においてはこの影響は少ないが、都立大で X 線発生装置を立ち上げる際には、カウントレートとフィルタの兼ね合いについて注意が必要であろう。

5.6 Properties of The X-ray Response

5.6.1 Changes of the energy resolution by measurement conditions

Influence of magnetic field

ベースラインのゆらぎ ΔE_0 は S/N 比できまり、エネルギー分解能はこの ΔE_0 で制限される。都立大における測定で得られたエネルギースペクトルから求めた ΔE_0 の R との関係を図 5.39 に示す。

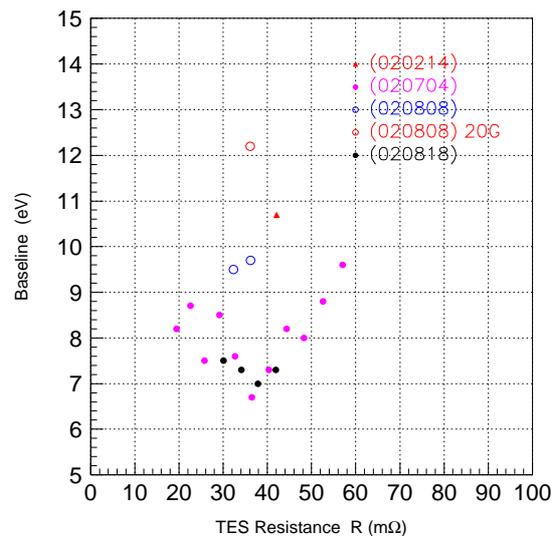


Fig. 5.39: R dependences of the baseline width ΔE_0 under different measurement conditions.

磁気シールドをすることによって動作時の α が R-T 特性時と同じくらいまでに大きくなったことは 5.4.1 節で述べた。このために \mathcal{L}_0 が大きくなり、その結果 PH が $R \sim 40$ mΩ 付近では 2 倍以上大きくなり S/N 比が向上した。その結果ベースラインのゆらぎは (020214) と (020704) の同じ動作点で比較すると 10.7 eV から 8.7 eV へと 6.2 eV も向上したことが図 5.39 よりわかる。ここで (020704) の結果でベースラインのゆらぎが大きいのは、そのときの測定において読みだしノイズが大きく全体的にノイズレベルが高かったためである。また、20 G の磁場を平行に印加すると、 PH が抑制されベースラインのゆらぎが大きくなることがわかる。

次に印加磁場ごとにベースラインのゆらぎとエネルギー分解能の関係を調べる。この結果を図 5.41 に示す。確かに、磁場を 20 G かけると、かけないとき (0 G) の 9.5 eV に比べて 12.2 eV と悪化している。しかし、図 5.41 より印加磁場を大きくするにつれてベースラインのゆらぎではなく、むしろエネルギー分解能がおおきな割合で悪くなっていくことがわかる。また、図 5.39 より、シールド前後でのエネルギー分解能とベースラインの自乗差は、磁場を印加したときには顕著に変わっていない。

これは、磁場をかけたことによる影響と、それ以外の影響で、パルス波形のばらつきが大きくなっていったということである。例えば、磁場をかけるためにコイルに電流を流すことで IVC 内部の温度安定性が悪くなったり、TES 内部で磁場に伴う渦電流の発生やそれによる熱の発生などで、パルスのばらつきが大きくなるとしたら、以前にシールドで遮断したであろう地磁気は 0.3 G 程度と今回

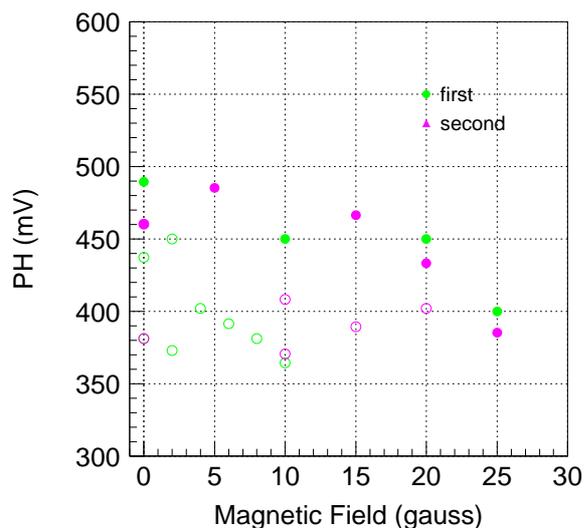


Fig. 5.40: The magnetic field dependences of the pulse height PH . Open circles indicate the measurements when the magnetic field is reversed.

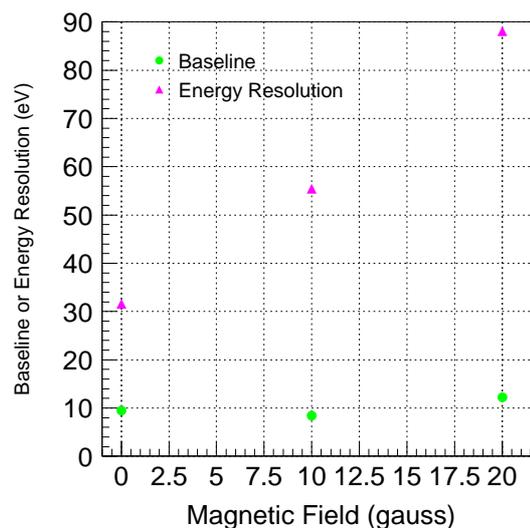


Fig. 5.41: The magnetic field dependences of the energy resolution ΔE . Contributions of pulse variation ($\sqrt{\Delta E^2 \Delta E_0^2}$), are 30.1, 54.8, 87.3 eV, respectively.

かけた 20 G よりもずっと小さいので、大きな磁場をかけたことによってこれが顕著にみられたという可能性はある。しかし、(020214) の測定の時ほどは PH は小さくならなかったことを考えると、TES に対する影響はシールド以前とあまり変わってないように思える。このため、セットアップの問題や磁場のゆらぎそのものが効いている可能性がある。今回、磁場かけに使用した電流源 KETHLEY 社 236 SOURCE MEASURE UNIT は、同社の他の電流源より電流安定性が良くなくノイズも大きいようなので、これが原因である可能性が高い。

したがって、TES にかかる磁場の大きさを他の検出器を用いて確かめてみることも、また電流源をかえてみるなどの測定が今後必要である。

Count rate dependence

5.5.4 節に述べたように、X 線照射時にはノイズレベルが X 線を照射していない状態よりもノイズレベルがあがる可能性があることがわかった。

カロリメータは ETF の機構によって理想的には 1000 c/s の高計数率にも耐えられるとされているが、そこまで高いカウントレートで X 線パルス取得を行ったことはない。逆に、カウントレートが低くなると X 線パルス取得に時間がかかり、冷凍器の温度ゆらぎやゲインのゆらぎの影響を受けやすくなるという心配もある。また、5.5.4 節で述べたように、X 線照射時には信号のベースラインがゆらぎがされたり、素子の熱ゆらぎを助長する可能性が考えられたが、これはノイズだけでなく X 線パルス波形もばらつきを増加させる恐れがある。これがあれば、X 線カウントレートが高くなると波形のばらつきの寄与が増えると考えられるので、カウントレートに対する波形のばらつきの変化を調べるために、X 線発生装置の印加電流値を 10.0、9.5、9.0、8.5 A と変化させ、X 線パルスとノイズのデータをそれぞれ 3000 カウント、1000 カウントずつ取得した。また、ノイズデータは X 線発生装

置のバルブを閉じた X 線の照射されない状態で取得した。このため、ノイズスペクトルはそれぞれの測定でほとんどかわらず、パルススペクトルもカウントレートを変えてもほとんど変化しない。このときのそれぞれのスペクトルを図 5.42 に示す。

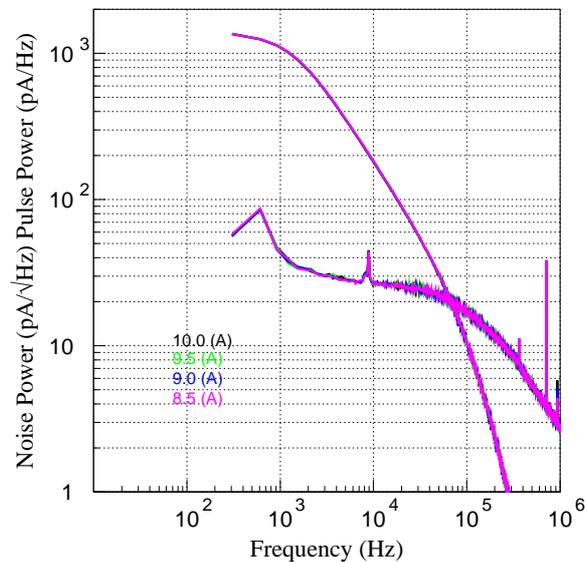


Fig. 5.42: Pulse and noise spectra of the data summarized in Table 5.15. The pulse data was taken with the heating currents of X-ray generator of 10.0, 9.5, 9.0 and 8.5 A (black, green, blue and magenta, respectively). Each noise data was taken with the valve closed (X-ray off). There is no significant count rate dependence in this range.

また、このとき得られたエネルギー分解能の変化を表 5.15 に示す。

Table 5.15: The count rate dependences of the energy resolution ΔE . The energy resolution of Al-K α (1.49 keV, ΔE_{Al}) is the value of χ^2 fitting after the correction of linearity using a quadratic polynomial.

heating filament [A]	count rate [count/s]	baseline ΔE_0 [eV]	Al resolution ΔE_{Al} [eV]	contribution of pulse variation $\sqrt{\Delta E_{Al}^2 - \Delta E_0^2}$
10.0	~13.6	6.3 \pm 0.2	6.0 \pm 0.1	1.92 \pm 1.4
9.5	~8.2	6.3 \pm 0.2	6.3 \pm 0.1	0.0 \pm 1.1
9.0	~4.3	6.3 \pm 0.2	5.9 \pm 0.1	2.21 \pm 1.1
8.5	~2.0	6.5 \pm 0.2	6.1 \pm 0.1	2.24 \pm 1.2

表 5.15 より、分解能はカウントレートにあまり依存性を示さず、およそ 13.6 ~ 2.0 count/s のカウントレートの範囲では、カウントレートの変化についてそれほど心配する必要はないことがわかる。また、広い範囲でこれを確かめるために、もっと大きな変化でカウントレートを変えた測定を行い比較する必要がある。

*エネルギースペクトル作成、分解能取得は 5.6.2 節で詳しく取り扱う。

5.6.2 Energy spectra

ここでは、都立大と LLNL において最も高いエネルギー分解能を達成した測定のエネルギースペクトルを示す。ただし、LLNL の結果については、Al の分解能が最も良い動作点でのスペクトルをここでは示す。スペクトル取得までの手順の流れは 2.6.1 節のとおりである。ここで得られた平均パルスのフィッティングには、

$$V(t) = a \left(\exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_1}\right) - \left(-\frac{t-t_0}{\tau_2}\right) \right) \quad (5.41)$$

という 2 成分モデル関数を用いている。都立大では (020818) の測定でバイアス電圧を $V_b = 4400$ mV に設定した際に最も高い分解能を得て、LLNL においてはバイアス電圧を $V_b = 55\%R_n = 315$ mV に設定して測定した際に $\text{AlK}\alpha$ で最も高いエネルギー分解能を得た。この動作点における動作パラメータとカロリメータのパラメータの計算結果を表 5.16 に示す。

Table 5.16: The experimental setup and calculated operating parameters where the best energy resolutions were obtained at TMU and LLNL.

measured places		TMU	LLNL
incident energy	E [eV]	5895 (Fe-K α)	1487 (Al-K α)
bias current	I_b [μA]	427.2	315.0
shunt resistance	R_s [$\text{m}\Omega$]	3.0880	4.3
parasitic resistance	R_p [$\text{m}\Omega$]	0	5.0
bath temperature	T_s [mK]	61.2	100.0
TES resistance	R [$\text{m}\Omega$]	37.9	44.0
TES current	I [μA]	32.19	25.74
TES temperature	T [mK]	144.74 ^a	150.91
thermal conductance	G [nW/K]	0.9294 ^b	0.845 ^c
Joule heat	P [pW]	39.27	29.15
effective time constant	^d τ_{eff} [μs]	74.2	117.8

^aTo estimate T for R calculated from the I - V relations, the R - T relation is assumed to have the same curve measured with nearly constant voltage.

^bThermal conductance G calculated by eq (5.14) and $n = 3.2$.

^cThermal conductance G calculated by eqs (2.17), (5.27) and (5.28).

^dThe fit parameter τ_1 of eq (5.41) obtained by fitting the average pulse.

Energy spectra for MnK α (TMU)

MnK α 輝線のエネルギースペクトルと、その結果得られたエネルギー分解能を、エネルギースペクトル作成の流れとともに示していくことにする [29]。まず、MnK α の X 線を照射した際の X 線パルスデータにデジタルフィルタ処理を行って得た PHA チャンネルとカウント数とのスペクトルが、図 5.43 である。PHA チャンネルは Mn-K α のピークが 5894 ch になるようにしてある。となりに見えるピークは Mn-K β のピークである。エネルギー E とパルスハイト PHA の関係は、Mn-K α

と Mn-K β の 2 つのピークを用いて、この 2 点を通る

$$PHA = aE^2 + bE \quad (5.42)$$

という 2 次関数でフィットすることで補正し、エネルギーに変換している。ここで、 a 、 b がフィットパラメータである。このフィットの結果を 図 5.44 に示す。図 5.44 において、 $a = 0$ のときにエネルギーとパルスハイトの関係が線形となるように

$$\frac{PHA}{b} = E + \frac{a}{b}E^2 \quad (5.43)$$

として、パルスハイトのスケールを任意に取ったものをプロットした。

この結果を用いて補正したエネルギースペクトルを作成し、Mn-K α のピークを拡大したものが 図 5.45 である。軌道角運動量の違いによる K α 1 と K α 2 が分離出来ているのがわかる。図 5.45 において、青線は個々のローレンツ関数の寄与を示しており、自然幅を持つローレンツ関数を、検出器で決まるガウシアン関数でコンボリューションしてフィットしたのが赤線である。この半値全幅で Mn-K α のエネルギー分解能は

$$\Delta E_{MnK\alpha} = 6.6 \pm 0.4 \text{ [eV]} \quad (5.44)$$

となった。同様にして求めた Mn-K β のエネルギースペクトルが 図 5.46 である。図 5.47 は、パルスのないときの出力のゆらぎをエネルギーに換算したベースラインのゆらぎのスペクトルである。ガウス関数でフィットした結果

$$\Delta E_0 = 6.3 \pm 0.2 \text{ [eV]} \quad (5.45)$$

を得た。

ここで、エネルギー分解能とベースラインのゆらぎの 2 乗差は、X 線パルス波形のばらつきを反映しているが、両者はエラーの範囲ないでほぼ一致している。パルスのばらつきの原因としては熱浴の温度ゆらぎが考えられるが、これは影響していないようだ。実際に測定時の温度ゆらぎを求めたものを 図 5.48 に示す。これをみると熱浴の温度は時間に対して下がっていく傾向があるようにもみえるが、大きな変動はない。図 5.48 から熱浴の温度は

$$T_s = 60.48 \pm 0.03 \text{ (rms) [mK]} \quad (5.46)$$

と求められ、熱浴の温度ゆらぎは $\sim 30\mu\text{K}$ である。この分解能への影響は 式 (2.179) で与えられるので、これにいまの結果と 表 5.16 で示したような動作パラメータを代入すると、5.9 keV の X 線に対する分解能への寄与は

$$\Delta E_{dT_s} = 1.4 \text{ [eV]} \quad (5.47)$$

に相当すると求められる。これより、熱浴の温度ゆらぎの寄与はこの測定ではほとんど効いていないことがわかる。

Energy spectra for Al, Cr and Fe (LLNL)

LLNL では、X 線発生装置を用いてなまざまなエネルギーの X 線を照射することができる。今回用いた 2 次ターゲットは Al で、その他ステンレスからの Cr、Fe の特性 X 線が得られる。データ取

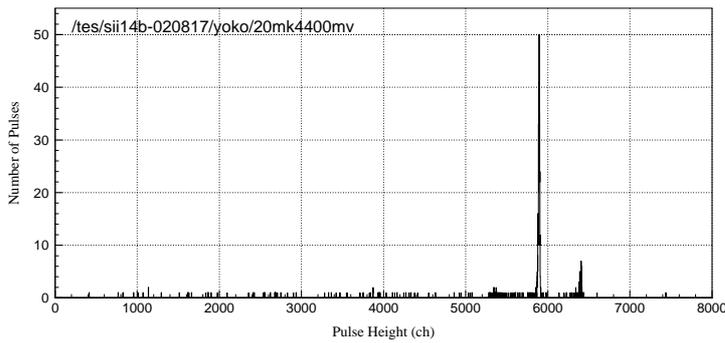


Fig. 5.43: A pulse height spectrum of the SII-14b calorimeter at TMU at the operating point shown in Table 5.16, accumulating 1020 pulses. The pulse height channel is normalized so that the Mn-K α peak corresponds to 5894 ch, i.e., 1 ch roughly corresponds to 1 eV, although the Mn-K β peak significantly deviates from the expected channel due to the nonlinearity of the relation between energy and pulse height.

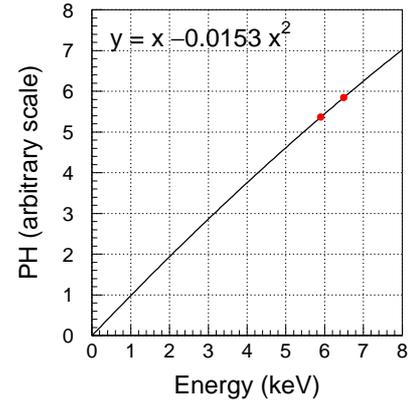


Fig. 5.44: The relation between energy and pulse height fitted by second order polynomial (see eq (5.42), eq (5.43)) passing the origin of the coordinates, and the best fit values are written in the panel. In the following figures, the pulse height is converted to the energy using this relation.

得はさまざまなバイアスで X 線照射を行い、それぞれの動作点で X 線パルス を 2000 cts、ノイズを 1000 cts 取得した。このときのジェネレータのフィラメント電流は 9.0 A に設定し、カウントレートは ~ 5 counts/s で、熱浴の温度は 100 mK である。この測定において、Al のエネルギー分解能が最も良かった、バイアス電圧を $Vb = 55\%R_n = 315$ mV に設定したときの動作点におけるエネルギースペクトルをここで示す。動作パラメータは表 5.16 の通りである。デジタルフィルタ処理におけるテンプレートは Al-K α 、Cr-K α 、Fe-K α で同じ Al-K α のものを使用している。

まず、Al、Cr、Fe の特性 X 線を照射したときに得られたエネルギースペクトルが図 5.49 である。Al-K α 、K β 、K-K α 、Cr-K α 、K β 、Fe-K α 、K β などの輝線がみえている。これらの K α 線のエネルギーと PHA の関係を式 (5.42) の 2 次関数でフィットを行い補正したものが、図 5.50 である。LLNL においても入射エネルギーの高いところでパルスハイトが落ちるのが確認できる。この結果より、都立大のデータと同様に自然幅をガウシアンでなましたものでエネルギースペクトルをフィットすると、Al、Cr、Fe K α 線のエネルギースペクトルの拡大図は、それぞれ図 5.51、5.52、5.53 のようになる。ここで、ベースラインのゆらぎのスペクトルは図 5.54 であるが、これを求めるのに使用したテンプレートと Cr と Fe のエネルギー分解能を求めるときに用いたテンプレートは異なるものである。カロリメータは、理想的には入射 X 線のエネルギーによらないという特徴をもつが、実際にはエネルギーが高くなると PH も大きくなりゲインのばらつきの影響が大きくなったりするので、エネルギーの低い方が分解能はよくなるという傾向がある。このため、Cr、Fe と入射エネルギーが大きくなるにつれて波形のばらつきが大きくなり、パルスの選別をする必要がでてくるのである。このとき、パルスの積分値が同じ場合、デジタルフィルタ処理のときに用いるデータを低周波のみに限って行えば、PH の比較的揃った X 線パルスを用いることとなり性能を引き出すことができると考えられる。デジタルフィルタ処理で用いたテンプレートのカットオフ周波数と、その

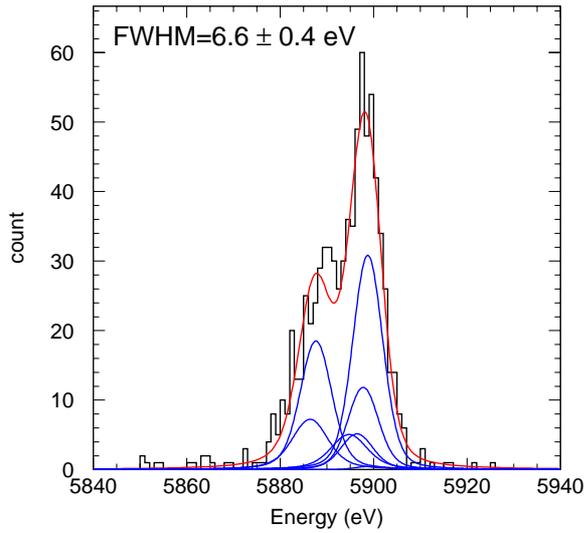


Fig. 5.45: An energy spectrum of X-ray pulses around the Mn-K α lines. The obtained spectrum is fitted by seven Lorentzians convolved with a Gaussian, and its FWHM is written in the panel. The natural widths of the Lorentzians and their intensity- and energy-ratios are fixed, according to the literature [24].

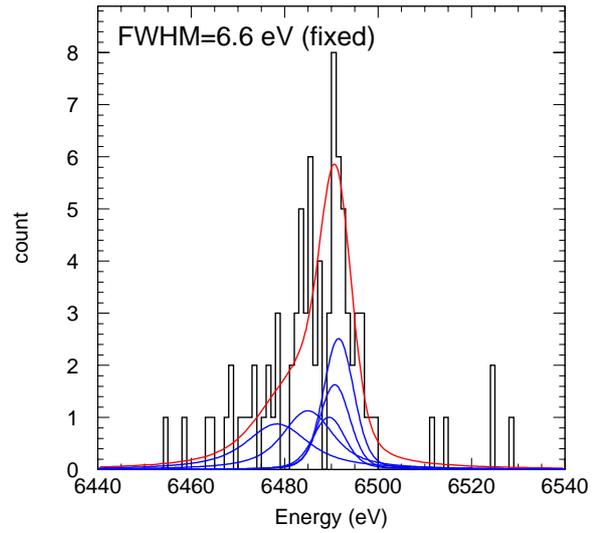


Fig. 5.46: An energy spectrum around the Mn-K β lines. The obtained spectrum is fitted by seven Lorentzians convolved with a Gaussian of FWHM fixed at 6.6 eV.

とき得られたベースラインと分解能を表 5.17 に示す。このようにパルスのばらつきが大きい場合には、遅いテンプレートを使用することでエネルギー分解能を引き出すことができる。しかし、低周波側を用いることで S/N が最大限に活用できず、ベースラインのゆらぎはそのぶん大きくなってしまふ。ここで、Al のエネルギー分解能はベースラインゆらぎと誤差内で一致する。パルスのばらつきが生じる原因としては、温度ゆらぎなどが影響していると考えられるが、LLNL の ADR の温度安定性は $\sim 10 \mu K$ であり、これを用いて動作点におけるエネルギー分解能の寄与を式 (2.179) より求めると、Al で 0.4 eV、Cr で 1.5 eV、Fe で 1.6 eV となり温度ゆらぎの影響は小さく、他の要因が影響していると考えられる。波形のばらつきに関する考察は、5.6.5 節で詳しく行う。

Table 5.17: Energy resolutions for the chosen cut-off frequency.

cut-off frequency [kHz]	number of cut-off bin	baseline width ΔE_0 [eV]	Al resolution ΔE_{Al} [eV]	Cr resolution ΔE_{Cr} [eV]	Fe resolution ΔE_{Fe} [eV]
300	1000	6.3 ± 0.2	6.0 ± 0.3	10.9 ± 1.1	18.0 ± 2.2
60	200	6.4 ± 0.2	6.3 ± 0.3	8.3 ± 0.8	8.8 ± 1.2

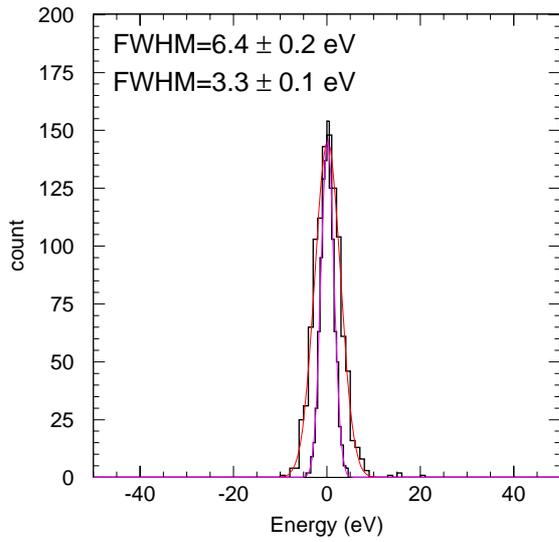


Fig. 5.47: Energy spectra of noise records, namely the baseline spectrum. The wider is obtained at the same operating point with pulses, and the narrower is at the higher bias where the TES is in normal state. The obtained spectrum is fitted by a Gaussian, and FWHM of baseline and contribution of readout noise are written in the panel at upper and lower, respectively.

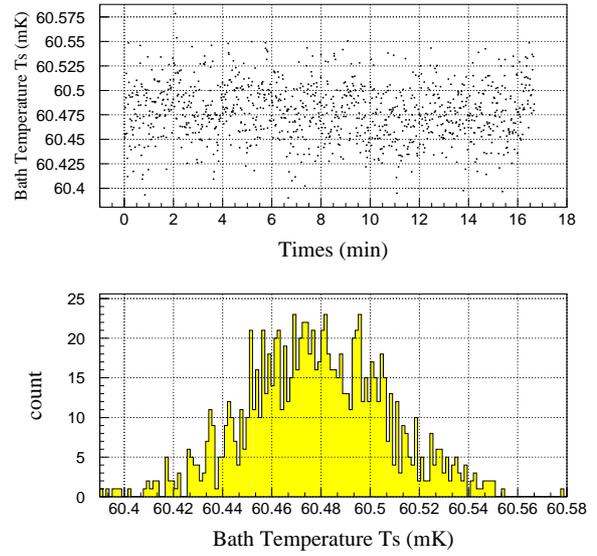


Fig. 5.48: Upper: The bath temperature T_s measured by a RuO_2 thermometer plotted versus time during the pulse data accumulation. Lower: Projected histogram of the T_s . The fit result is shown in eq. (5.46).

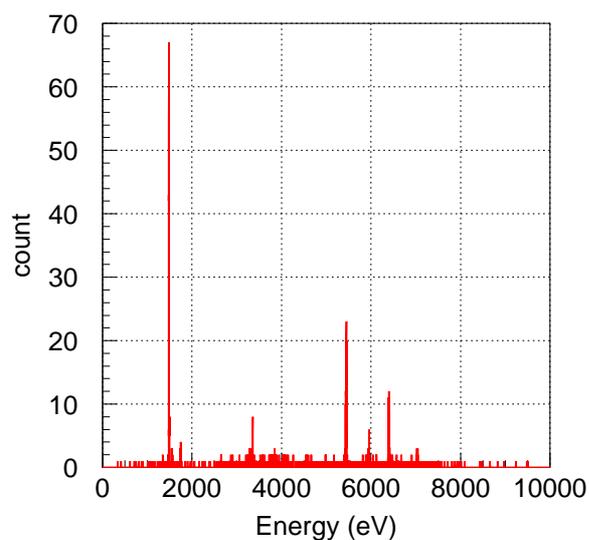


Fig. 5.49: An energy spectrum of the SII-14b calorimeter at LLNL at the operating point shown in Table 5.16 accumulating 2000 pulses and 1000 noises. In this panel, Al-K α ,K β , K-K α , Cr-K α , K β and Fe-K α , K β lines are seen. The energy channel is not corrected for linearity, and the peaks significantly deviate from the expected channel due to the nonlinearity of the relation between energy and pulse height.

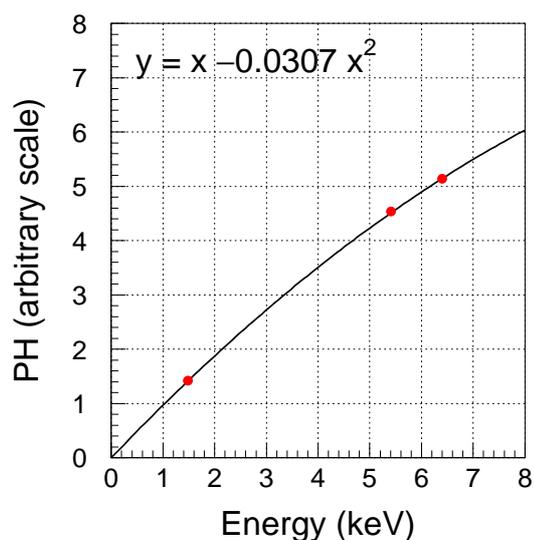


Fig. 5.50: The relation between energy and pulse height fitted by a second order polynomial (see eq. (5.42), eq. (5.43)) passing the origin of the coordinates, using the Al-K α , Cr-K α and Fe-K α lines, and the best fit values are written in the panel. In the following figures, the pulse height is converted to the energy using this relation.

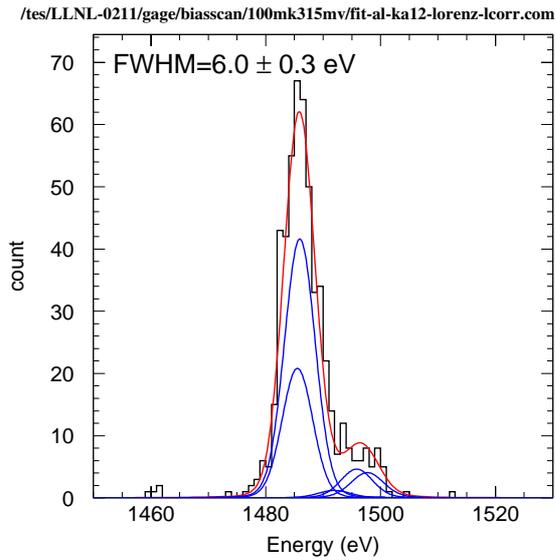


Fig. 5.51: An energy spectrum of X-ray pulses around the Al-K α lines. The obtained spectrum is fitted by Lorentzians convolved with a Gaussian, and its FWHM is written in the panel. Smaller line at 1498 eV originate in Al₂O₃, due to Al the fluorescence target, and possibly the sapphire collimator.

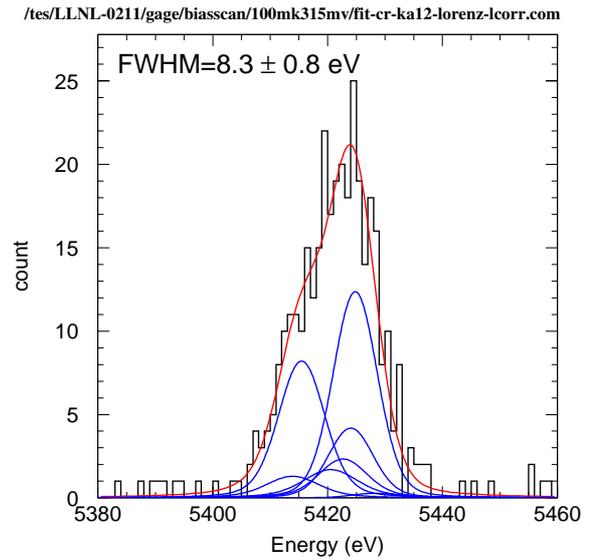


Fig. 5.52: An energy spectrum of X-ray pulses around the Cr-K α lines. The obtained spectrum is fitted by Lorentzians convolved with a Gaussian, and its FWHM is written in the panel.

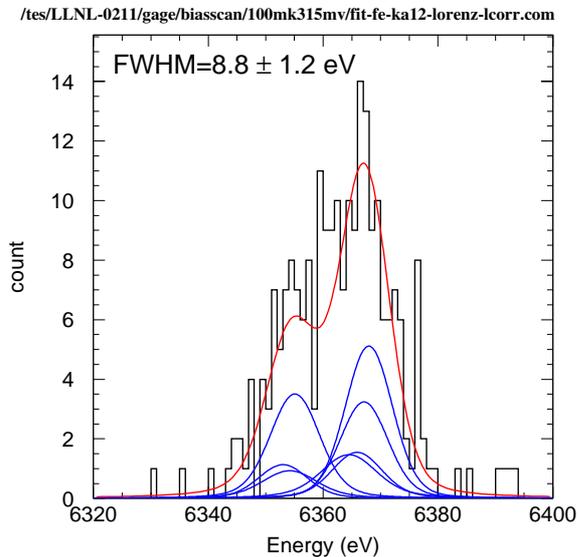


Fig. 5.53: An energy spectrum of X-ray pulses around the Fe-K α lines. The obtained spectrum is fitted by Lorentzians convolved with a Gaussian, and its FWHM is written in the panel.

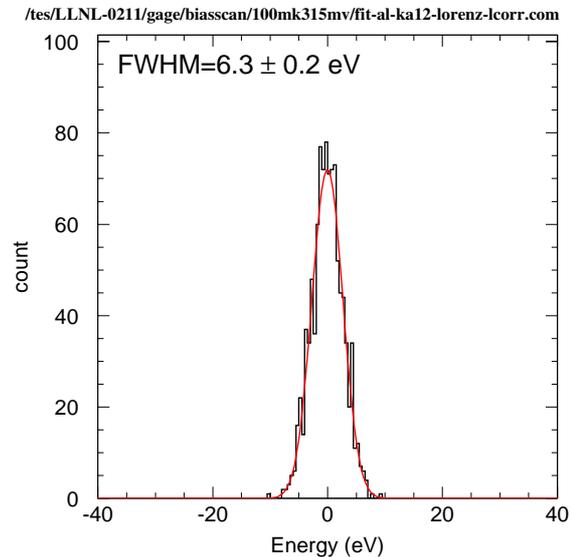


Fig. 5.54: The baseline spectrum at LLNL. The obtained spectrum is fitted by a Gaussian, and FWHM are written in the panel.

5.6.3 Contents of the energy resolution

都立大の (020818-60mk-4400mV) と LLNL の (LLNL-100mk-315mV) の動作点でのエネルギー分解能の見積もりとの比較を行う。エネルギー分解能の見積もりには、式 (2.154) を用いて、実際に測定で得られたパルススペクトルと見積もりのノイズスペクトル $E_n(f)$ より計算を行った。Intrinsic ノイズスペクトルの見積もりには、式 (2.129) を用い、Readout ノイズスペクトルには 5.5.2 節の図 5.30、5.31 を都立大、LLNL でそれぞれ用いた。都立大と LLNL のこれらのノイズスペクトルと、実際に動作点で得られたノイズスペクトルと X 線パルススペクトルを図 5.55、5.56 にそれぞれ示す。

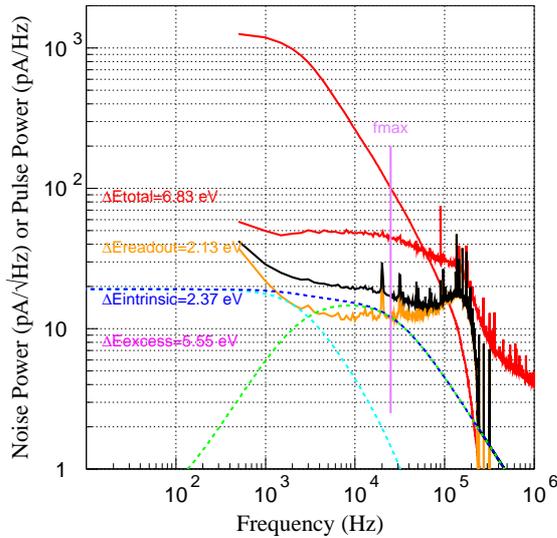


Fig. 5.55: Pulse and noise spectra at TMU.

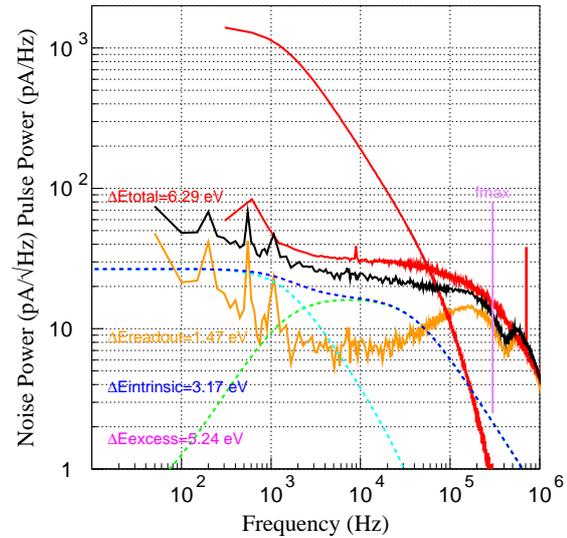


Fig. 5.56: Pulse and noise spectra at LLNL.

Red lines: From upper to lower, respective lines represent the measured pulse spectrum by Fourier transforming the average pulse, and the measured noise spectrum at the same operating point by averaging the Fourier transform of noise records. Dashed lines: (blue) The expected intrinsic noise spectra which consist of the phonon noise (light blue) and the Johnson noise (green). Parameters used for the calculations are written in Table 5.16. orange line: The readout noise spectrum same as Fig. 5.30 (TMU) or Fig. 5.31 (LLNL). Black: Total estimated noise spectrum. Purple: Cut-off frequency of 25 kHz (TMU) or 300 kHz (LLNL). Contributions of energy resolution are written in the panel.

これらの図において、 ΔE_{Total} は実際に動作点で得たノイズスペクトルを用いて分解能の計算を行ったもので、ベースラインのゆらぎ ΔE_0 と同等のものである。 $\Delta E_{\text{intrinsic}}$ と $\Delta E_{\text{readout}}$ は、実測のパルススペクトルと先程説明したノイズスペクトルを用いて計算を行った。これらの Intrinsic ノイズと読みだしノイズの分解能への寄与の和

$$\sqrt{\Delta E_{\text{intrinsic}}^2 + \Delta E_{\text{readout}}^2} = \Delta E_{0\text{estimate}} \quad (5.48)$$

がベースラインのゆらぎの見積もり $\Delta E_{0\text{estimate}}$ となる。 ΔE_{excess} は、実際のベースラインのゆらぎの、Intrinsic ノイズと読みだしノイズの分解能への寄与の和の超過分を表しており

$$\Delta E_{\text{excess}} = \sqrt{\Delta E_0^2 - \Delta E_{0\text{estimate}}^2} \quad (5.49)$$

を超過ノイズの寄与とする。

5.6.2 節で得られたエネルギー分解能は線形性補正後の値であるため、ここで見積もった分解能も線形性補正後の値でないと比較する意味はない。そこで、式 5.43 を用いて、補正ファクター

$$\frac{E}{E + \frac{a}{b}E^2} = \frac{1}{1 + \frac{a}{b}E} \quad (5.50)$$

をパルススペクトルにかけることでこの補正を行った。都立大と LLNL でのエネルギーとパルスハイトの関係は図 5.44(TMU)、図 5.50(LLNL) であるので、この値を用いて補正を行った。また、図 5.56 の LLNL の Al のパルススペクトルは、MnK α の都立大のスペクトルと比較できるようにエネルギーでスケールしたもの、すなわち

$$\frac{\text{MnK}\alpha\text{のエネルギー}}{\text{AlK}\alpha\text{のエネルギー}} = \frac{5894.2 \text{ [eV]}}{1486.8 \text{ [eV]}} \quad (5.51)$$

をかけたものをプロットしている。

これらの結果から見積もった分解能への寄与を表 5.18 に示す。

Table 5.18: Contents of energy resolution.

data ID		020818-60mK4400mV	100mK315mV
measured places		TMU	LLNL
incident energy E	[eV]	5895 (Mn-K α)	1487 (Al-K α)
bias current I_b	[μ A]	427.2	315.0
TES resistance R	[m Ω]	37.9	44.0
cut-off frequency f_c	[kHz]	25	300
energy resolution ΔE	[eV]	6.6 \pm 0.4	6.0 \pm 0.3
pulse variation $\sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_0^2}$	[eV]	1.6 \pm 1.2	—
baseline width			
measured ΔE_0	[eV]	6.4 \pm 0.2	6.3 \pm 0.2
expected ΔE_0 estimate	[eV]	3.19	3.60
intrinsic noise $\Delta E_{\text{intrinsic}}$	[eV]	2.37	3.17
readout noise $\Delta E_{\text{readout}}$	[eV]	2.13	1.47
excess noise ΔE_{excess}	[eV]	5.55	5.24

ここで、 ΔE_0 と ΔE_{total} は、本質的には同等になるべきであるが、表 5.18 の結果を見た限りでは異なった値をとっている。ここで、 ΔE_0 を求める過程でのテンプレート作成のときの結果 E_{gentempl} は、都立大で 7.51 eV となり、これを補正パラメータ a/b でわると

$$E_{\text{gentempl}} = \frac{7.51}{1.099} = 6.83\text{eV} \quad (5.52)$$

となり、 E_{gentempl} は ΔE_{total} と一致する。

表 5.18 より、エネルギー分解能とベースラインのゆらぎの 2 乗差は誤差範囲で一致しており、波形のばらつきの寄与は無視でき、エネルギー分解能を向上させるためにはベースラインのゆらぎを小さくしていくことが重要であることがわかる。都立大、LLNL 両方において、ベースラインのゆらぎに大きな影響を与えているのは超過ノイズであり、都立大のほうの寄与が 0.3 eV ほど大きい。また、LLNL では、パラシティック抵抗 R_p のために intrinsic ノイズが大きくなっている。また、こ

の R_p の寄与や、熱浴温度が都立大の測定時より高かったことなどによって \mathcal{L}_3 が小さいために PH が低くなるので、 ΔE_0^2 estimate はノイズレベルが低くても都立大の結果より大きくなってしまふ。しかしこれはすぐにでも改善できることであり、LLNLにおいてベースラインのゆらぎはさらに向上させられる。

都立大と LLNL での X 線パルスとノイズスペクトルの比較については、5.6.4 節で行う。

5.6.4 Comparison between TMU and LLNL

ここでは、都立大と LLNL での測定における X 線パルスとノイズスペクトルの比較を行う。ここで、比較のため TES の抵抗値 R がほぼ同じとなるような動作点 ($R \sim 43 \text{ m}\Omega$) のデータを用いるので、都立大のデータはエネルギー分解能の最も良い動作点のものではないことに注意する。このときの動作パラメータを表 5.19 に示す。

Table 5.19: Parameters of operating points at $R \simeq 43\text{m}\Omega$ when comparing Xray pulses and noise spectra between TMU and LLNL. As for the TMU measurement, parameters on 020817 are used.

measurement places			TMU	LLNL
bias current	I_b	$[\mu\text{A}]$	446.6	315.0
TES current	I	$[\mu\text{A}]$	30.67	25.46
TES resistance	R	$[\text{m}\Omega]$	41.88	44.0
TES temperature	T	$[\text{mK}]$	144.9	150.9
bath temperature	T_s	$[\text{mK}]$	61.28	100
shunt resistance	R_s	$[\text{m}\Omega]$	3.0880	4.3
parasitic resistance	R_p	$[\text{m}\Omega]$	0	4.9
thermal conductance	G	$[\text{nW/K}]$	0.932	0.845

Comparison of pulse shape

都立大と LLNL での測定における X 線パルスを比較する。表 5.19 の動作点における X 線パルスの平均パルスを図 5.57 に示す。

図 5.57 において、マゼンタが都立大、青が LLNL での Al-K α の測定であるが、エネルギーの異なる X 線パルスを比較できるように Al の X 線パルスデータ $Pulse_{\text{Al}}$ を

$$Pulse_{\text{Al}} = \frac{PH_{\text{Mn}}}{PH_{\text{Al}}} = \frac{aE_{\text{MnK}\alpha}^2 + bE_{\text{MnK}\alpha}}{aE_{\text{Al}}^2 + bE_{\text{Al}}} \quad (5.53)$$

としてエネルギーでスケールして、Mn-K α にあわせている。これより、LLNL でのパルスハイトのほうが都立大で得られたものより低いことがわかる。また、パルスの次定数も LLNL のほうが長くなっている。この理由としては、LLNL で TES の感度 α が落ちているのではないかとということがまず始めに考えられる。ここで、実際に測定結果から α を見積もってみる。

α を求める方法としては、§ 5.1.3、§ 5.2.4、§ 5.3.4 で述べてきたとおり R - T カーブから求める方法、 IV のデータを用いる方法などがあり、図 5.6、図 5.20 などで示してきた。ここで、 RT 測定

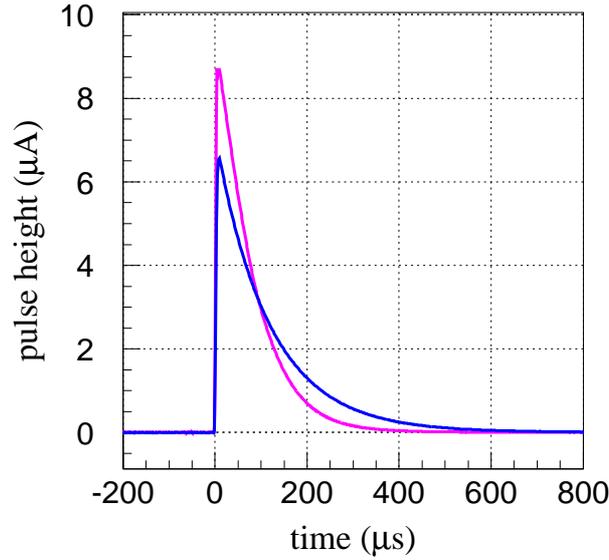


Fig. 5.57: Comparison of X-ray pulses measured at TMU (magenta) and at LLNL (blue). As for the LLNL pulse, the Al-K α pulse is scaled to the energy of Mn-K α using eq (5.53), to compare pulses with different incident X-ray energies. The scaled LLNL Al-K α pulse is smaller than the TMU Mn-K α pulse.

で式 (1.14) を用いて計算した α を α_{RT} 、IV 測定結果から見積もった α を α_{IV} とする。これらの見積もった α は、動作点での局所的な値であり、ベースラインのゆらぎを評価する際などで用いると有効である。

実際に X 線が入射したときの実効的な α を見積もるためには、X 線パルスを用いてパルスハイトや立ち下りの時定数をパラメータとして計算することが必要になってくる。この方法としては、パルスハイトや有効時定数の理論式を用いて逆算する方法や、X 線入射時のパルスハイトから見積もれる抵抗変化分だけ α_{IV} を平均する方法などが考えられる。この X 線パルスを用いて見積もった α をそれぞれ α_{PMAX} 、 $\alpha_{\tau_{eff}}$ 、 α_{pulse} とよぶ。ここで、理論式から求める方法は、その見積もりに可能な式に熱容量 C などをパラメータとして含んでいるためにある程度の仮定が必要となっており、また、 α_{IV} を求める束縛条件と実際の X 線照射時の束縛条件は異なるものであるということを念頭においておく必要がある。

α_{PMAX} の見積もり方法としては、式 (2.177) より

$$\begin{aligned}\alpha_{PMAX} &= \frac{CT R + R_s + R_p}{EI} \frac{\Delta I}{R} \\ &= \frac{CT R + R_s + R_p}{EI} \frac{PMAX}{R}\end{aligned}\quad (5.54)$$

を用いればよい。ここで用いる X 線パルスハイトとしては、平均パルスを式 (5.41) を用いてフィットした a をそのパルスハイト $PMAX$ とするのが適切と考えられる。 $PMAX$ は、X 線パルスの立ち上りがわずかになまった形となるため、立ち下がりが完全な指数関数の形をとらず、実際の X 線パルスよりも大きな値となる。これは、実際のパルスハイトは、吸収体と TES との熱伝導や TES 内部の熱伝導などが関係してくるためである。そこで、以降で議論する測定で得られた PH の値というのは主にピークの最大値 MAX を用いる。しかし、X 線パルスハイトから α を求める際には、

$PMAX$ で比較しなければ α を実際の値より低く見積もることになってしまうため、こちらを使う方がよいと考えられる。

$\alpha_{\tau_{\text{eff}}}$ の見積もり方法としては、式 (2.50)、式 (2.108)、式 (2.115) を用いて

$$\begin{aligned}\alpha_{\tau_{\text{eff}}} &= \frac{GT}{P} \left(\frac{\tau_0}{\tau_{\text{eff}}} - 1 \right) \frac{R + R_s + R_p}{R - R_s - R_p} \\ &= \left(\frac{CT}{P\tau_{\text{eff}}} - \frac{GT}{P} \right) \frac{R + R_s + R_p}{R - R_s - R_p}\end{aligned}\quad (5.55)$$

となるので、これを用いる。 τ_{eff} の値は、 PH と同様に、平均パルスを式 (5.41) を用いてフィットした τ_1 を用いた。

α_{pulse} は、 α を X 線入射による抵抗変化を考慮して $R \sim R + dR$ の範囲で平均した感度である。表 5.19 の動作点におけるパルスハイトと τ_{eff} の値と、 α の値をまとめたものを表 5.20 に示す。ここで、 α_{RT} は図 5.6 で示した α の値である。都立大の結果については 020818 に測定したデータを用いて $R = 41.79 \text{ m}\Omega$ の値を示し、LLNL の結果については、表 5.19 の抵抗に近い値の前後 3 点を平均した値を示した。また、 α_{IV} は式 (5.18) (TMU)、式 (5.34) (LLNL) より計算した結果である。 α_{PMAX} 、 $\alpha_{\tau_{\text{eff}}}$ の見積もりに使用したパラメータは表 5.19 に示す通りであり、ここで熱容量 C は $C = 2.0 \text{ pJ/K}$ と仮定した。

Table 5.20: Derived parameters from the Xray pulses in Fig. 5.57 at the operating point of $R \simeq 43\text{m}\Omega$. MAX : maximum of average pulse. $PMAX$: The best fit value of a in the fitting of the average pulse by eq. (5.41). The heat capacity of $C = 2.0 \text{ pJ/K}$ is assumed for both TMU and LLNL.

measurement places		TMU	LLNL
maximum pulse height	$[\mu\text{A}]$	$MAX_{Mn} = 8.74$	$MAX_{Al} = 6.59$ (1.94, before scaling)
fitted pulse height	$[\mu\text{A}]$	$PMAX_{Mn} = 10.50$	$PMAX_{Al} = 7.07$ (2.08, before scaling)
effective time constant	$[\mu\text{s}]$	$\tau_{\text{eff } Mn} = 78.27$	$\tau_{\text{eff } Al} = 117.81$
sensitivity		$\alpha_{RT} = 136.34$ $\alpha_{IV} = 229.88$ $\alpha_{\text{pulse } Mn} = 162.06$ $\alpha_{PMAX_{Mn}} = 112.94$ $\alpha_{\tau_{\text{eff } Mn}} = 104.95$	$\alpha_{RT} = 276.33$ $\alpha_{IV} = 175.93$ $\alpha_{\text{pulse } Al} = 143.99$ $\alpha_{PMAX_{Al}} = 124.24$ $\alpha_{\tau_{\text{eff } Mn}} = 127.66$

表 5.20 をみると、X 線パルスから見積もった α_{PMAX} 、 $\alpha_{\tau_{\text{eff}}}$ は、 RT 特性や IV 特性から見積もった α_{RT} 、 α_{IV} よりも小さな値をとっている。これは、TES を流れる電流の大きさによって RT カーブが変わり、 PH が低くでていること、熱容量を仮定しているために α の値を小さく見積もっていることなどが原因と考えられるが、動作点の α とパルスの α は違うものであるということも考慮に入れる必要がある。ここで、都立大における α_{PMAX} は α_{RT} に近い値がでており、磁気シールドを導入する以前と比較すると格段の進歩である。これは、カロリメータの X 線特性を RT 特性からもある程度は統一的に予想可能であることを示している。このことは、今後更に分解能の良いカロリメータを開発して行く上で大きな助けとなるだろう。

都立大の α_{IV} が他の α の値に比べて極端に大きいのは、データ点が少ないためであり、数値的な議論は難しく、 $\alpha_{\text{pulse } Mn}$ についても同様なことがいえる。このため、都立大と LLNL の α の比較

は α_{IV} 、 α_{pulse} では行わない。はじめの議論において、図 5.57 より都立大のパルスハイトのほうが LLNL のパルスハイトより高く、 α が都立大のほうが大きいと考えたが、表 5.20 では都立大の結果よりもむしろ LLNL のほうが α は大きいという結果が得られた。この理由を考えるために、パルスハイトの式 (5.11)、X 線パルスの立ち下りの有効時定数の式 (2.115) でありループゲインの式 (2.108) に戻って考えてみる。ここで、TES を流れる電流は

$$I \propto 1 - \left(\frac{T_s}{T} \right)^n \quad (5.56)$$

とかける。これらをもて都立大と LLNL での違いを考えると、第一に、熱浴温度が LLNL の方が高いために TES に流れる電流 I が小さくなることがあげられる。表 5.19 の I をみれば実際にこの程度の違いがでていることがわかる。第 2 には、 $R_s + R_p$ の値が LLNL のほうが 3 倍近く大きいため、この部分が効いて、パルスハイト、ループゲインともに小さくなると考えられる。この 2 つの理由で、LLNL ではパルスハイトが都立大の約 20% 減となり、分解能を損じてしまっていると考えられる。

Comparison of noise spectra

パルス評価を行ったのと同じ動作点で、都立大と LLNL でのノイズスペクトルを比較する。ノイズスペクトルとその見積もりを 図 5.58、5.59 にそれぞれ示す。

フォノンノイズとジョンソンノイズのカロリメータ固有のノイズの見積もりが、それぞれ青と緑の点線であり、5.5.2 節で求めた SQUID ノイズを含めた読みだし系のノイズの寄与がオレンジである。これらの総和が黒点線で、都立大、LLNL どちらの測定結果も見積もりより大きなものとなっていることがわかる。また、この見積もりからの超過は、都立大の結果の方が大きなものとなっている。

このような大きなノイズが生じる原因は、測定系に関係があると考え、バイアス電源からの電圧のゆらぎを都立大で、 $1.5 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ 、LLNL で、 $0.8 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ と仮定して、式 2.136 を用いて計算したバイアス電圧のゆらぎに対するノイズのノイズスペクトルがマゼンタの点線である。これを加えたノイズスペクトルの見積もりの総和が水色であり、測定結果とほぼ合うことがわかる。しかし、この超過ノイズのはっきりとした原因はまだよくわかっておらず、1 eV のエネルギー分解能を目指すには、超過ノイズの原因解明が今後の課題となる。

5.6.5 Operating point dependence of the energy resolution

前節までは都立大と LLNL のデータの比較を行ってきたが、5.6.5 節からは、LLNL のデータに絞って考察を行う。LLNL での X 線照射は、バイアス電圧を TES の抵抗 R が $5\%R_n$ ステップとなるように変化させ、それぞれの動作点で X 線パルスを 2000 cts、ノイズを 1000 cts 取得しており、エネルギー分解能のバイアス依存性についても調べることができる。これらの測定結果から得たエネルギー分解能を、表 5.21 にまとめる。ここで、200 ビン目からのデータを除いてデータ処理を行った。データ取得時の Record Length (RL) は、 $I_b = 391 \mu\text{A} \sim 353 \mu\text{A}$ まで 2^{15} 、 $I_b = 343 \mu\text{A} \sim 240 \mu\text{A}$ まで 2^{14} である。

表 5.21 より、エネルギー分解能は入射エネルギーが高くなるにつれて悪くなるとは一概にはいえず、またベースラインのゆらぎを越えてしまうものもみられた。この 5.6.5 節では、Fe のエネルギー分解能 ΔE_{Fe} が Al のエネルギー分解能 ΔE_{Al} よりよくなる動作点について考える。このような動作

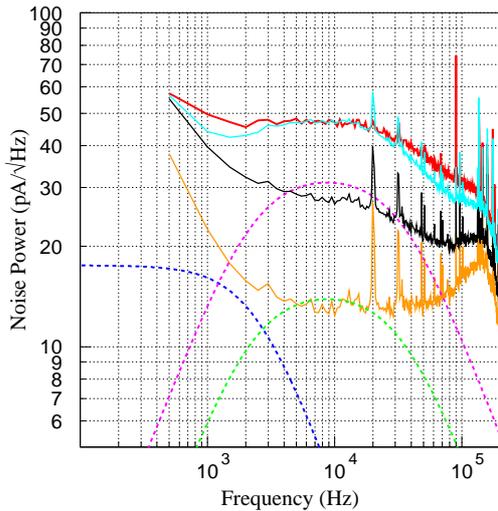


Fig. 5.58: Noise spectra at TMU at the operating point of $R \simeq 43\text{m}\Omega$ shown in Table 5.19. Magenta dashed line: The estimated noise spectrum corresponding to the fluctuation of bias voltage of $1.5 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$.

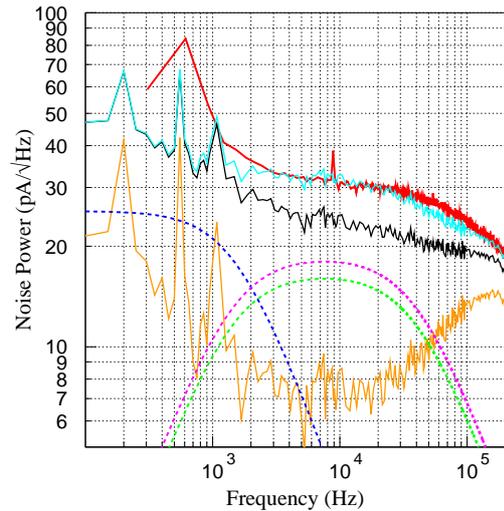


Fig. 5.59: Noise spectra at LLNL at the operating point of $R \simeq 43\text{m}\Omega$ shown in Table 5.19. Magenta dashed line: The estimated noise spectra for fluctuation of bias voltage of $0.8 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Red: Measured noise spectrum at the operating point of $R \simeq 43\text{m}\Omega$. Black: Estimated intrinsic + readout noise spectrum. Orange: readout noise spectrum same as Fig. 5.30 (TMU) or Fig. 5.31 (LLNL). Blue dashed line: Estimated phonon noise spectrum. Green dashed line: Estimated Johnson noise spectrum. For Fig. 5.59 (LLNL), these noise spectra are same as Fig. 5.56. Light blue line: Sum of black noise spectrum (intrinsic + readout) and the magenta noise spectrum (bias voltage fluctuation). However, each of the bias voltage fluctuation is introduced artificially to account for the observed noise level, and has no basis on the actual biasing circuit.

点における SII-14 の動作パラメータと測定結果を表 5.22 に示し、またこの動作点におけるエネルギースペクトルを図 5.60、図 5.61 に示す。エネルギースペクトルは全て線形性補正後のものを示している。図 5.60、図 5.61 をみると、Fe のエネルギー分解能が Al の分解能よりも高いことは明らかである。

Possible origin of the superior energy resolution to baseline

ベースラインのゆらぎは、パルスのないときのノイズをエネルギーに換算したものである。ここでのノイズは、動作点での抵抗 R によって決まる。一方、X 線入射時のノイズは、X 線パルスの入射によって R が変わり、このときのノイズも動作点のノイズとは異なるものとなる。また、温度計の感度 α についても、動作点での α と X 線入射時の α は異なった値をとり、後者を α_{pulse} とよぶこととする [30]。ここで、ノイズスペクトルはフォノンノイズもジョンソンノイズも α と R に対して大きな依存性をもつ。したがって、ベースラインは動作点での α と R によって決まり、X 線入射時のノイズは抵抗変化 dR と、 $R \sim R + dR$ の範囲で α を平均した α_{pulse} によって決まることになる。エネルギー分解能がベースラインのゆらぎを越える場合というのは、パルスのばらつきがほとんど効かないようなときに、X 線入射時のノイズが動作点でのノイズより小さくなる場合である。すなわち、

Table 5.21: Energy resolution at each operating point obtained at LLNL. All of them are derived with the χ^2 fitting considering the natural widths of $K\alpha_1$ and $K\alpha_2$ lines. The cut-off frequency for the optimum filtering is 30 kHz for 391-351 mV, and 60 kHz for 343-240 mV. The best energy resolution for each line is indicated by a bold font. The underline represents that the energy resolution is better than the lower energy lines.

bias current I_b [μA]	TES resistance R [$\text{m}\Omega$]	baseline ΔE_0 [eV]	energy resolution		
			ΔE_{Al} [eV]	ΔE_{Cr} [eV]	ΔE_{Fe} [eV]
391.0	76.0	22.2	25.4	65.0	144.2
381.0	72.0	10.5	12.5	28.1	44.0
371.0	68.0	8.5	10.4	20.3	21.2
362.0	64.0	7.8	8.4	13.2	18.4
353.0	60.0	6.6	7.7	11.6	14.4
343.0	56.0	6.3	7.0	13.7	15.1
334.0	52.0	6.9	6.9	10.8	15.4
325.0	48.0	6.2	6.8	9.9	16.4
315.0	44.0	6.4 *	6.3 †	8.3	8.8
305.0	40.0	6.5	7.1	7.7	9.1
295.0	36.0	6.3	8.2	6.5	<u>6.8</u>
285.0	32.0	6.4	8.0	<u>8.0</u>	<u>4.1</u>
274.0	28.0	8.7	8.2	14.9	<u>9.6</u>
264.0	24.0	13.7	13.5	15.9	20.3
254.0	20.0	7.8	8.8	17.4	23.6
247.0	16.0	6.6	6.9	17.9	<u>10.0</u>
240.0	12.0	6.7	7.1	18.1	22.8

* 6.3 eV for 300 kHz cut-off.

† 6.0 eV for 300 kHz cut-off.

- 動作点の α が X 線入射時の α_{pulse} より大きい場合にノイズは抑制される。
- Intrinsic ノイズは \sqrt{R} 依存性をもつので、X 線入射時は $\sqrt{R + dR}$ だけ抑制される。
- Excess ノイズが R 依存性をもつならば、その分だけ抑制される。

よって、この抑制分よりパルスのばらつきの寄与が小さい場合、分解能はベースラインより小さくなると考えられる。

Estimation of the energy resolution

resistance change まず始めに、X 線の入射による抵抗変化 dR を見積もる。抵抗変化 dR は、Al、Cr、Fe のエネルギーの X 線パルスの平均パルスの最大値 MAX をパルスハイト PH とし、

Table 5.22: Operating parameters. TES current I , thermal conductivity G and TES temperature T are calculated from the I - V measurements.

Bias current I_b [μ A]	TES resistance R [m Ω]	TES current I [μ A]	TES temperature T [mK]	Thermal conductivity G [nW/K]	effective time constants	
					$\tau_{\text{eff Al}}$ [μ s]	$\tau_{\text{eff Fe}}$ [μ s]
295	36.0	28.38 ± 0.0013	150.72 ± 0.0031	0.842	124.92 ± 0.03	133.05 ± 0.04
285	32.0	30.05 ± 0.0014	150.60 ± 0.0032	0.841	143.37 ± 0.03	140.67 ± 0.03

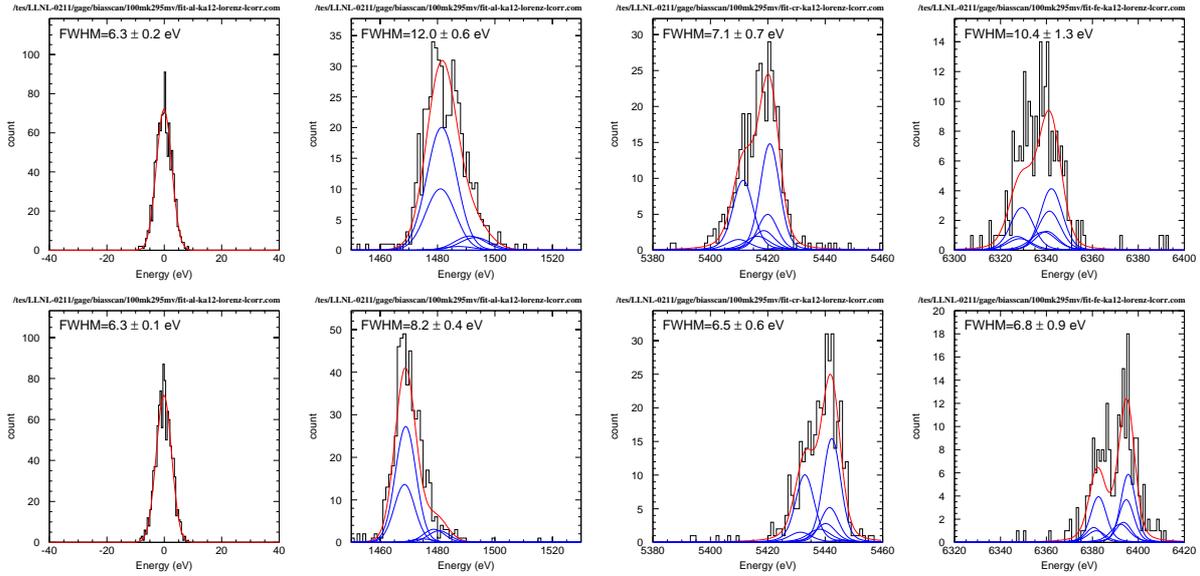


Fig. 5.60: Energy spectra at $R = 36$ m Ω . Upper panels represents the cut-off frequency of 300 kHz, and lower panels represents 60 kHz. From left to right, baseline, Al, Cr, and Fe.

この電流変化分の抵抗変化を求めることとした。平均パルスの計算には、エネルギースペクトルの半値全幅の2倍の範囲にあるX線パルスサンプルデータを用いて行った。

抵抗変化の見積もりには、図 2.9 を用いて計算を行った。定常状態の TES に流れる電流は、式 (5.3) によって与えられる。ここで、X線の入射により TES の抵抗 R が $R \rightarrow R + dR$ と変化し、流れる電流が $I \rightarrow I - dI$ と変化するとすると、このとき TES に流れる電流は

$$I - dI = \frac{R_s}{(R + dR) + R_s + R_p} I_b \quad (5.57)$$

となる。ここで SQUID 入力コイルの自己インダクタンス L_{in} は無視した。このときの抵抗変化は

$$dR = \frac{R + R_s + R_p}{I - dI} dI \quad (5.58)$$

と計算できる。抵抗変化 dR は、式 (5.58) より電流変化 dI を MAX として計算すれば求まる。この方法を用いて、Al、Cr、Fe のエネルギーの X 線の入射に対する抵抗変化を見積もったものを、表 5.23 にまとめる。

次に表 5.23 で求めた抵抗変化分の動作点について求める。図 5.60、5.61 から Al の分解能より Fe の分解能の方が高く、図 5.61 では Fe の分解能がベースラインを越えていることがわかった。この結果より、ベースラインと Al と Fe の分解能について比較することとし、Al と Fe の dR の分

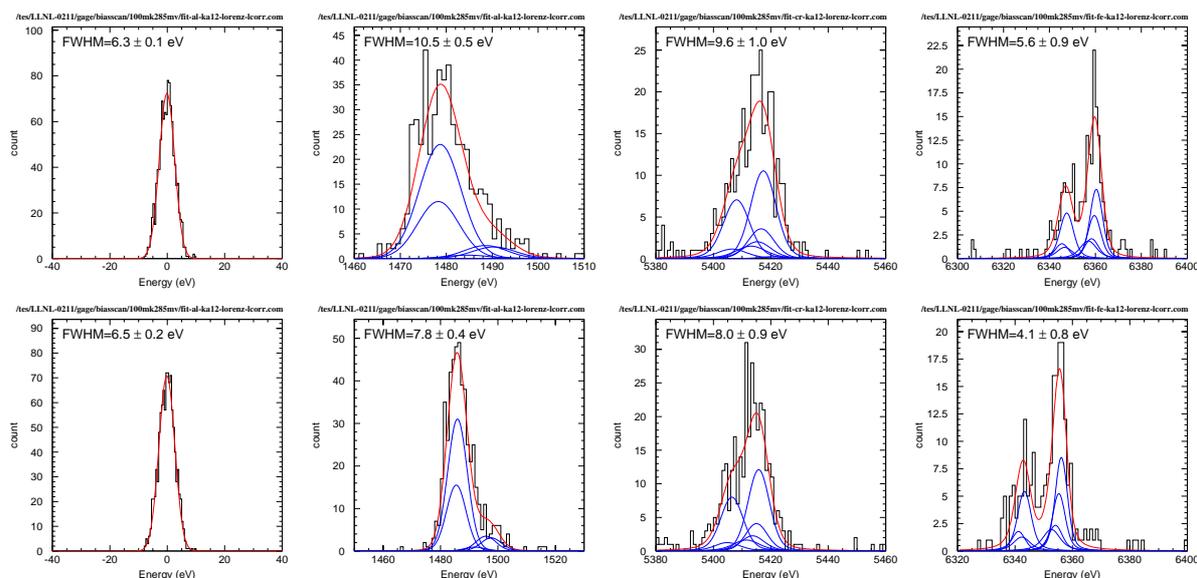


Fig. 5.61: Energy spectra at $R = 32 \text{ m}\Omega$. Upper panels represents the cut-off frequency of 300 kHz, and lower panels represents 60 kHz. From left to right, baseline, Al, Cr, and Fe.

Table 5.23: Resistance changes dR evaluated from MAX of average pulses for Al, Cr, and Fe lines.

bias I_b [μA]	TES resistance R [$\text{m}\Omega$]	MAX of average pulses			resistance changes		
		dI_{Al} [μA]	dI_{Cr} [μA]	dI_{Fe} [μA]	dR_{Al} [$\text{m}\Omega$]	dR_{Cr} [$\text{m}\Omega$]	dR_{Fe} [$\text{m}\Omega$]
295	36.0	2.14	7.09	8.01	3.70	15.08	17.83
285	32.0	2.04	7.34	8.46	3.00	13.37	16.21

の $R + dR$ に近い抵抗で X 線パルスとノイズデータを取得した動作点をみつける。本来、抵抗変化分は $R + dR$ そのものではないが、ここではその上限を見積もるとしてこの値を考える。表 5.24 に $R + dR$ に対応するデータの動作点を示す。

Table 5.24: Chosen data which is close to $R + dR$, and their biases.

	calculated		chosen data	
	$I_b(R)$ [μA]	$R + dR$ [$\text{m}\Omega$]	$\sim R + dR$ [$\text{m}\Omega$]	$I_b(\sim R + dR)$ [μA]
Al	295	39.70	40.0	305
Fe	295	53.83	52.0	334
Al	285	35.00	36.0	295
Fe	285	48.21	48.0	325

sensitivity change 次に、5.6.5 節の結果を用いて、温度計の感度 α を求める。ここで、 α について、動作点の α_{operate} 、それぞれのエネルギーのパルスに対する有効的な α_{pulse} (それぞれを α_{pulseAl} 、 α_{pulseCr} 、 α_{pulseFe} とする) を求める。動作点の α_{operate} は、表 5.22 の抵抗 R での感度、 α_{pulse} は、 α を X 線入射による抵抗変化を考慮して $R \sim R + dR$ の範囲で平均した感度である。こ

ここで、熱浴温度 $T_s = 100$ mK での IV 特性の結果から求めた R と α の関係を 図 5.62、図 5.63 に示し、表 5.22 の動作点で、平均した感度を Al、Cr、Fe について直線でそれぞれ示した。 dR は、表 5.23 の値を用いた。これらの α の値をまとめたものを表 5.25 に示す。

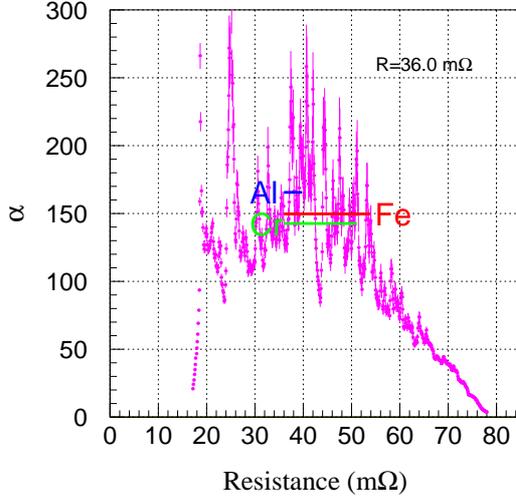


Fig. 5.62: TES resistance R vs. α . The α_{pulse} at the operating point $V_b = 295$ mV are shown in horizontal lines.

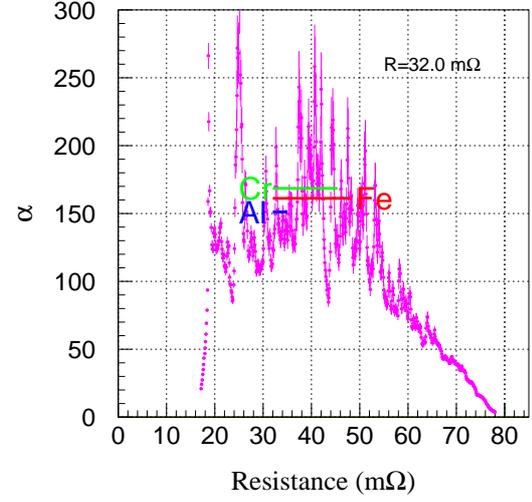


Fig. 5.63: TES resistance R vs. α . The α_{pulse} at the operating point $V_b = 285$ mV are shown in horizontal lines.

Table 5.25: Estimation of α .

R [mΩ]	α_{operate}	α_{pulseAl}	α_{pulseCr}	α_{pulseFe}
36.0	134.28 ± 5.25	165.80 ± 4.96	142.62 ± 0.50	149.67 ± 0.45
32.0	123.50 ± 3.91	151.35 ± 4.94	168.62 ± 0.75	161.34 ± 0.53

前節までの結果を用いて、エネルギー分解能を見積もる。エネルギー分解能は式 (2.154) より、パルススペクトル $PS(f)$ とノイズスペクトル $NS(f)$ を用いて

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35E \left(\int_0^\infty 2 \left| \frac{PS(f)}{NS(f)} \right|^2 df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.59)$$

とかける。 R と α の変化を考慮して式 (5.59) を書き換えると、ベースラインのゆらぎは

$$\Delta E_{0 \text{ FWHM}} = 2.35E \left(\int_0^\infty 2 \left| \frac{PS(f; R, \alpha_{\text{pulse}})}{NS(f; R, \alpha_{\text{operate}})} \right|^2 df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.60)$$

となり、X線が入射した場合には

$$\Delta E_{\text{pulse FWHM}} = 2.35E \left(\int_0^\infty 2 \left| \frac{PS(f; R, \alpha_{\text{pulse}})}{NS(f; R + dR, \alpha_{\text{pulse}})} \right|^2 df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.61)$$

となる。式 (5.60) は、同じ動作点で取得した $PS(f)$ と $NS(f)$ を用いて分解能を見積もったものであり、通常の式 (5.59) と同等である。しかし X線が入射した場合には、式 (5.61) となるので、この場合に用いるノイズスペクトルは $R + dR$ の動作点での $NS(f; R + dR, \alpha_{\text{pulse}})$ となる。

Comparison with estimated energy resolution

式 (5.61) を用いて分解能の見積もりを行った際のパルススペクトルとノイズスペクトルを 図 5.64、図 5.65 に示し、結果を表 5.26、表 5.27 にまとめる。Intrinsic ノイズスペクトルの見積もりを点線で示す。Intrinsic ノイズスペクトルの見積もりに使用したパラメータは表 5.22、表 5.25、表 5.24 から用い、表 5.25 の α と表 5.24 の R のみを変え、その他の値は表 5.22 のパラメータで固定した。表 5.22 において、有効時定数はすべての見積もりで $\tau_{\text{eff Al}}$ を使用した。ベースラインの見積もりに使用したノイズスペクトルは表 5.24 の $I_b(R)$ の動作点で取得したもの、X 線入射時のノイズスペクトルは $I_b(\sim R + dR)$ で取得したものをを用いた。 ΔE_{excess} は、 ΔE_{Al} または ΔE_{Fe} から Intrinsic ノイズのエネルギー分解能の寄与と readout ノイズのエネルギー分解能への寄与を 2 乗差として引いたものである。

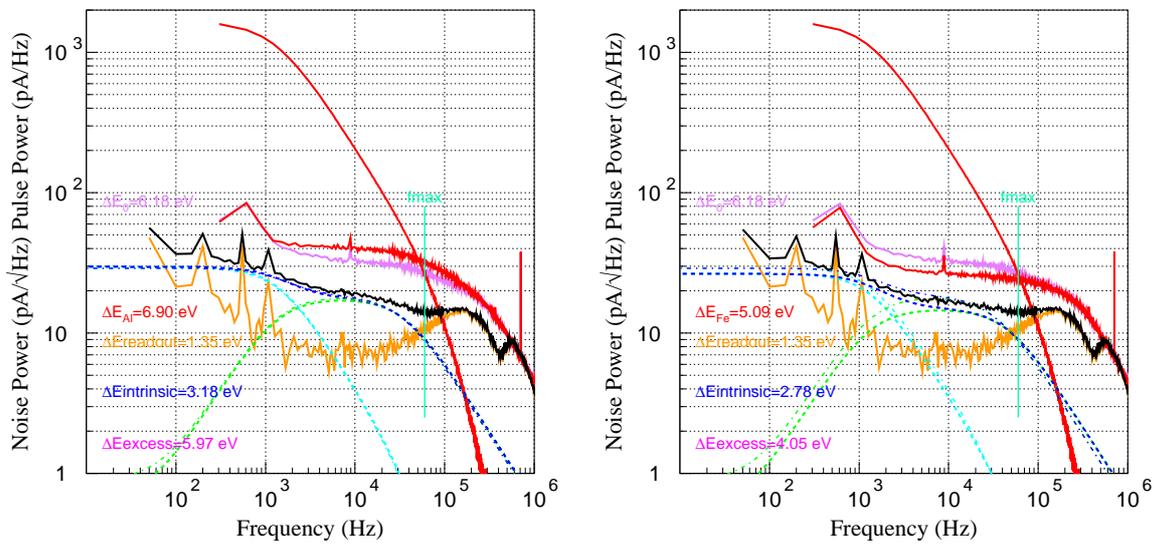


Fig. 5.64: Estimation of energy resolution at $R = 36 \Omega$. Left panel represents noise spectra for Al, and right panel represents noise spectra for Fe. Red pulse spectra are common for both panels and is calculated from the average pulse of Al after the linearity compensation of energy scale. Purple noise spectra are calculated from measured noise records at R , which are also common to both panels, and they are used for the calculation of ΔE_0 (baseline). Red noise spectra are calculated from measured noise records at $\sim R + dR$, and they are used for the calculation of ΔE_{Al} or ΔE_{Fe} (pulses). Orange noise spectra are estimated contribution of readout noise, and also common to both panels. They are calculated from the measured noise records when TES is normal subtracting the contribution of the Johnson noise, and used for the calculation of $\Delta E_{\text{readout}}$. Thin dashed noise spectra are estimated maximum contribution of the intrinsic noise (phonon noise + Johnson noise) for baseline, using the parameter set $(R, \alpha_{\text{operate}})$, and common to both panels. Thick dashed noise spectra are estimated minimum contribution of the intrinsic noise for pulses, using the parameter set $(R + dR, \alpha_{\text{pulse}})$. Black noise spectra are square root sum of thin dashed blue line (maximum contribution of the intrinsic noise for baseline) and orange line (readout noise), and common to both panels. The vertical cyan lines labeled “ f_{max} ” represent the position of cut-off frequency.

表 5.26、表 5.27 を比べると、ベースラインの実測よりも見積もりのほうが大きくなってしまっ

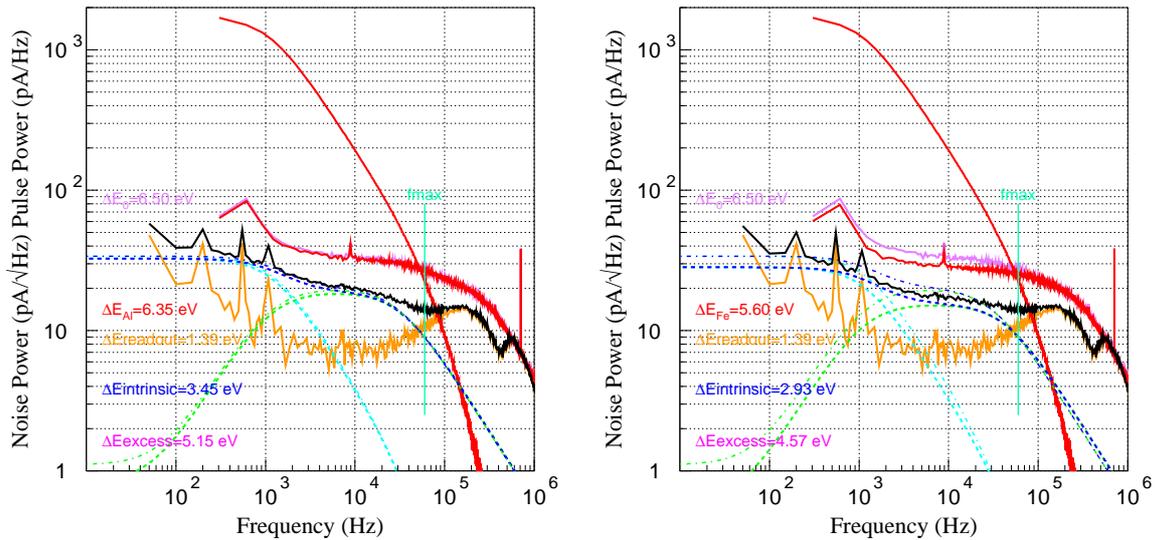


Fig. 5.65: Same as Fig. 5.64 but for the operating point $R = 32 \text{ m}\Omega$.

Table 5.26: Obtained energy resolution.

bias current I_b [μA]	cut-off [kHz]	baseline ΔE_0 [eV]	Al resolution ΔE_{Al} [eV]	Fe resolution ΔE_{Fe} [eV]
295	300	6.3 ± 0.2	12.0 ± 0.6	10.4 ± 1.3
295	60	6.3 ± 0.1	8.2 ± 0.4	6.8 ± 0.9
285	300	6.3 ± 0.1	10.5 ± 0.5	5.6 ± 0.9
285	60	6.4 ± 0.1	8.0 ± 0.3	4.1 ± 0.8

Table 5.27: Estimated energy resolution.

bias current I_b [μA]	cut-off [kHz]	baseline ΔE_0 [eV]	Al resolution ΔE_{Al} [eV]	Fe resolution ΔE_{Fe} [eV]
295	300	6.17	6.89	5.09
295	60	6.18	6.90	5.09
285	300	6.47	6.32	5.58
285	60	6.50	6.35	5.60

いることがわかる。フィットによって、このくらいの差が生じてしまうのは少し問題があるかもしれないが、ほぼ誤差範囲である。

ΔE_{Al} と ΔE_{Fe} を比較すると、実測、見積もりの両方で、 $\Delta E_{\text{Al}} > \Delta E_{\text{Fe}}$ という結果が得られた。また、すべての見積もりにおいて $\Delta E_0 > \Delta E_{\text{Fe}}$ となった。しかし、4.1 eV というあまりにも優れた分解能はこれらの見積もりからも説明することはできない。これは、カウントが少ないためか、フィットに問題があるかという原因で生じてしまったものかもしれない。これを確かめるために、通常行っている χ^2 フィットから、Poisson Likelihood フィットに変更すると、 $4.1 \pm 0.8 \text{ eV} \rightarrow 5.4 \pm 0.8 \text{ eV}$ となり、見積もりでは $\Delta E_{\text{Fe}} = 5.60 \text{ eV}$ であるので誤差範囲で一致するという結果が得られ

た。このエネルギースペクトルを図 5.66、図 5.67 に示す。フィットによって分解能に違いが生じる原因として、 χ^2 フィットでは 1 ピンあたりのカウント数が少ないところの重みが少なくなるというのがあげられる。Fe では、カウント数が少ないために、この場合に分解能はかなり良くなってしまふ。これが、カウント数の多い Al だとどうかということ、それでも Al_2O_3 のテールの重みが少なくなるために χ^2 フィットだと良い値になる。このため、分解能を求める場合には χ^2 フィットを用いるのは得策とはいえないと思われる。

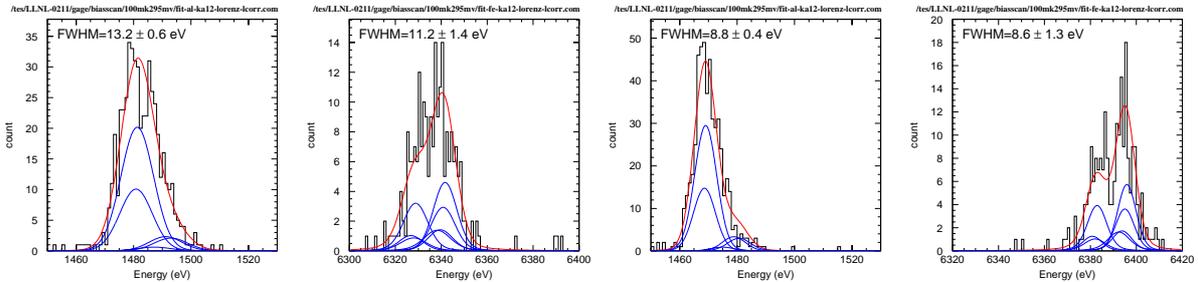


Fig. 5.66: Energy spectra at $R = 36 \text{ m}\Omega$. Same as Fig. 5.60 but with the Poisson Likelihood fitting. From left to right, Al, Fe (300 kHz cut-off), Al, Fe (60 kHz cut-off).

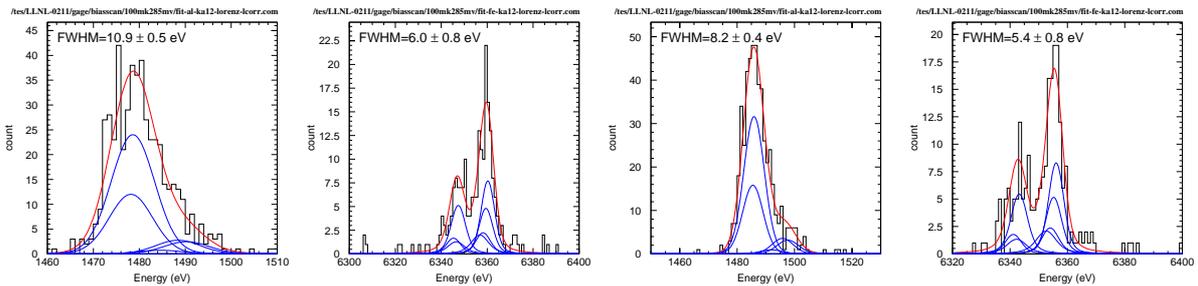


Fig. 5.67: Energy spectra at $R = 36 \text{ m}\Omega$. Same as Fig. 5.61 but with the Poisson Likelihood fitting. From left to right, Al, Fe (300 kHz cut-off), Al, Fe (60 kHz cut-off).

Variation of pulses

ここで、他の動作点ではなぜこのように入射エネルギーが高くなるにつれて分解能が良くなるという現象が起きないのかを考える。見積みりからも、 $I_b = 295 \mu\text{A}$ の動作点の方が Fe の分解能は良いので、Fe の分解能が一番良い動作点は $I_b = 285 \mu\text{A}$ の動作点でなくともよさそうなものである。また、入射エネルギーによる α_{pulse} の大きさの違いは、それぞれの分解能と相関がないようにみえる。この原因を考える上で、パルスのばらつきの寄与を考慮する必要がある。つまり、パルスのばらつきの寄与の小さいときのみ、エネルギーの高いときに分解能がよくなる効果がみえると考えられる。表 5.24 より、 $I_b = 295 \mu\text{A}$ の動作点での $R + dR_{\text{Fe}}$ は $53.83 \text{ m}\Omega$ 、 $I_b = 285 \mu\text{A}$ の動作点での $R + dR_{\text{Fe}}$ は $48.21 \text{ m}\Omega$ であった。ここで、X 線照射を行ったすべての動作点のうち、Al の分解能の最も良かった (6.0 eV) 動作点は、 $R = 44.0 \text{ m}\Omega$ の動作点である。この動作点、正確にはこの

$R = 44.0 \text{ m}\Omega$ の値に Al のパルスによる抵抗変化 dR を加えた

$$R + dR_{\text{Al}} = 44.0 + 4.34 = 48.34 \quad [\text{m}\Omega] \quad (5.62)$$

付近に X 線パルスのピークがきたときに、パルスのばらつきが抑えられているという可能性が考えられる。また、 $I_b = 295 \text{ }\mu\text{A}$ の動作点においては ΔE_{Fe} よりも ΔE_{Cr} のほうが優れており、 $R + dR_{\text{Cr}} = 51.08 \text{ m}\Omega$ と $R + dR_{\text{Al}} = 48.34 \text{ m}\Omega$ の値により近いものとなっている。ベースラインのゆらぎも $48.0 \text{ m}\Omega$ の動作点で一番よい (表 5.21) が、これも関係があるのだろうか。エネルギー分解能と動作点抵抗 R との関係と $R + dR$ との関係をそれぞれ 図 5.68、図 5.69 に、パルスのばらつきの寄与 $\sqrt{\Delta E_0^2 - \Delta E_{\text{pulse}}^2}$ の動作点抵抗 R に対するプロットと、 $R + dR$ に対するプロットをそれぞれ 図 5.70、図 5.71 に示す。これより、分解能もパルスのばらつきも同じような依存性を示し、動作点抵抗 R よりもパルス入射による抵抗変化 $R + dR$ のほうが相関がありそうにみえる。また、パルスのばらつきの寄与は、ちょうど $R + dR \sim 48 \text{ m}\Omega$ の値で小さくなっているようにみえる。

パルスのばらつきが抑えられる要因として、 $R + dR$ の抵抗における α の変化が少ないということが考えられる。図 5.72 より、 $48.34 \text{ m}\Omega$ 付近の抵抗では他の抵抗に比べて α の変化が少ないようにみえる。

もし、 $48.34 \text{ m}\Omega$ 付近の抵抗にパルスの MAX がきたときにパルスのばらつきが抑えられるのであれば、Fe より高いエネルギーの X 線を当ててもベースラインと同程度、またはそれよりも若干良い分解能を得られることが予想できる。例えば、 $I_b = 247 \text{ }\mu\text{A}$ の動作点で $\Delta E_0 = 6.4 \pm 0.2 \text{ eV}$ のベースラインが得られている。IV のデータがこの動作点の範囲までないので、パラメータを見積もることはできないが、 $I_b = 254 \text{ }\mu\text{A}$ の動作点でも $\Delta E_0 = 7.7 \pm 0.2 \text{ eV}$ が得られている。この動作点の抵抗は、 $R = 20.0 \text{ m}\Omega$ であり、 $48.34 \text{ m}\Omega$ との差は、 $28.34 \text{ m}\Omega$ で、この抵抗変化で平均した α_{pulse} の値は $\alpha_{\text{pulse}} = 216.1$ である。また、動作点での TES の温度は $T = 150.04 \text{ mK}$ であるので、これらを用いると温度変化は

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{T}{R\alpha} dR = \frac{150.04 \text{ [mK]}}{20.0 \text{ [m}\Omega] \times 216.1} \times 28.34 \text{ [m}\Omega] \\ &= 1.0 \text{ [mK]} \end{aligned} \quad (5.63)$$

となる。ここで、熱容量を $C = 2 \text{ [pJ/K]}$ と仮定すると

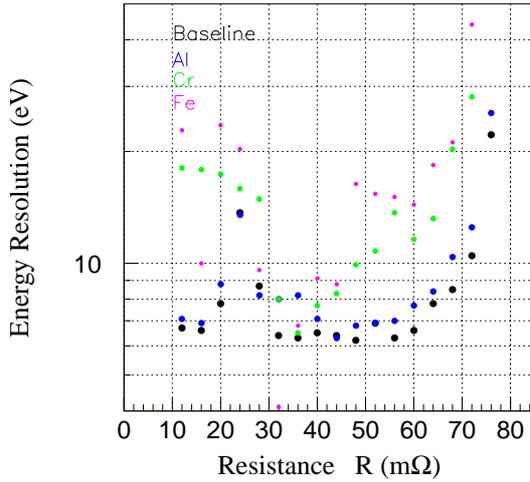
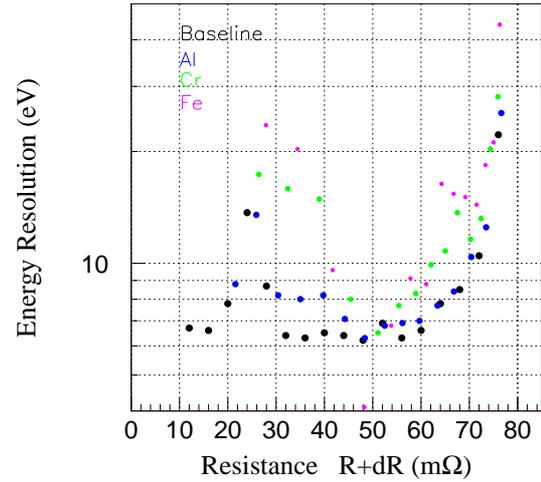
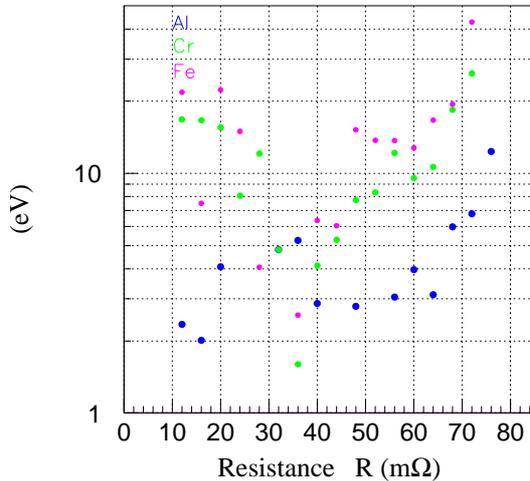
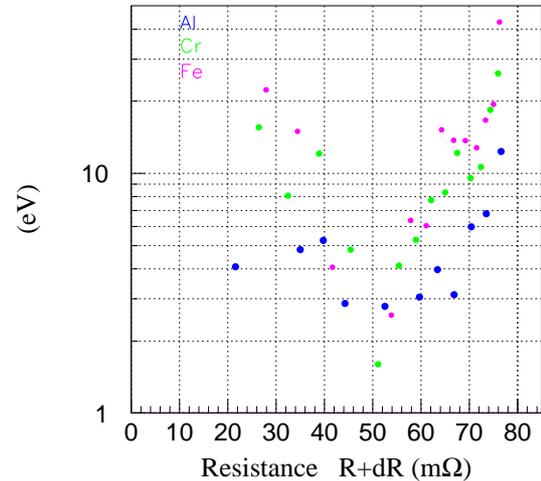
$$E = C\Delta T = \frac{2.0 \text{ [pJ/K]} \times 1.0 \text{ [mK]}}{1.6 \times 10^{-19}} = 12.5 \text{ [keV]} \quad (5.64)$$

となる。この計算には仮定が多く含まれているが、動作点を選べば高いエネルギーの X 線に対しても $\sim 7 \text{ eV}$ 相当の分解能が SII-14 で得られる可能性がありそうだ。

Change of noise level by sensitivity α

5.6.5 節において、いままでの行ってきたエネルギー分解能がベースラインを越えることもありえるのではないかという議論で、 α についての考察は行っていない。 E_{Al} 、 E_{Fe} を求めるために変更したノイズスペクトルは、抵抗変化のみを考慮した実際に得られたノイズスペクトルを使用しているため、パラメータとして α の変化を考慮しておらず、実際に α の変化が反映されているのは $E_{\text{intrinsic}}$ である。ここでは、 α の変化でノイズスペクトルがどのように変わるかを考える。ノイズスペクトルから得られたノイズレベルと見積もりとの比較を行った R 対 NL の関係を、図 5.73 に示す。

図 5.73 をみると、 $R = 20 \sim 30 \text{ m}\Omega$ 付近を除けば、 α に α_{operate} をとつても α_{pulse} をとつてもノイズレベルにあまり影響しないようだ。このため、エネルギー分解能に影響を与えているのは α の

Fig. 5.68: R vs. energy resolution.Fig. 5.69: $R + dR$ vs. energy resolution.Fig. 5.70: R vs. pulse variation.Fig. 5.71: $R + dR$ vs. pulse variation.

変化ではなく抵抗変化の方が効いているようである。 $R = 20 \sim 30 \text{ m}\Omega$ では、 α_{Al} が局所的に大きくなっているがこれは α_{Al} が他の動作点と比べて ~ 200 以上大きくなっているためである。このとき実際のノイズレベルも局所的に大きくなっており、このような局所的に大きくなるノイズは α が局所的に大きくなるために生じるものかもしれない。しかし、ここで示した実際のノイズレベルは X 線パルスのないときのノイズデータから求めたノイズレベルであり、 α_{pulse} は影響しないはずである。もしこれが影響するならば、その原因として、IV 測定時の動作点とノイズデータ取得時の動作点の抵抗が $\sim dR_{\text{Al}}$ だけずれていたか、もともと動作点の安定性が $\sim dR_{\text{Al}}$ 程度存在するなどが考えられる。しかし、 α_{Al} を用いて求めたノイズレベルの変化量は、実測のノイズレベルよりも大きなものとなっており、局所的に大きくなる原因はほかにもあるようだ。

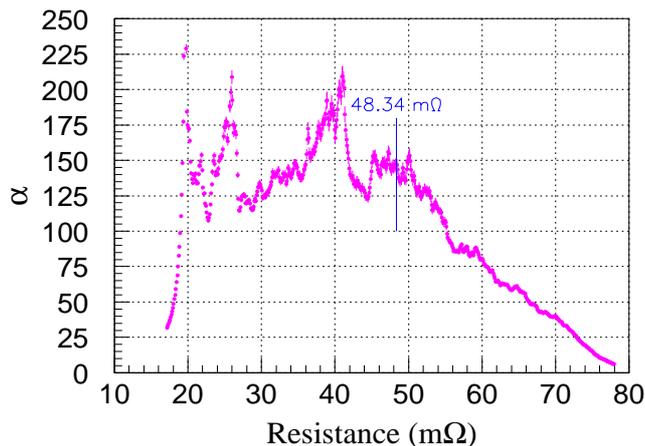


Fig. 5.72: R vs. α . The calculation of α is conducted around $R \pm 2$ m Ω for the specified TES resistance R , and the plot is smoother than Fig. 5.62, and Fig 5.63, which are conducted around $R \pm 1$ m Ω .

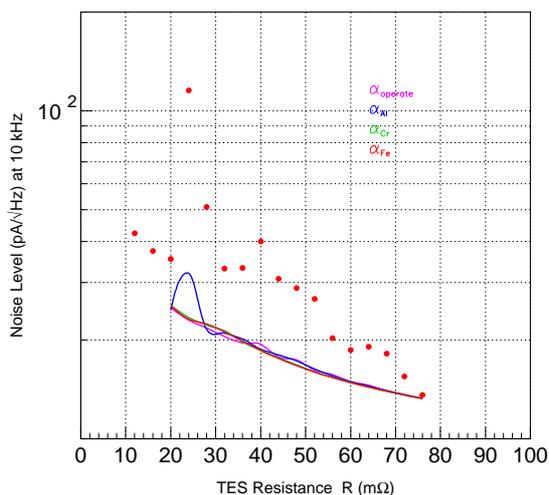


Fig. 5.73: R vs. NL . Red circles: Noise levels at 10.07 Hz. Solid line: Estimated noise level, using α_{operate} (magenta), $\alpha_{\text{pulse}_{A1}}$ (blue), $\alpha_{\text{pulse}_{Cr}}$ (green), $\alpha_{\text{pulse}_{Fe}}$ (red).

5.6.6 Compensation of PH linearity

デジタルフィルタ処理においては、最適フィルタ処理後の X 線パルスのパルスハイト PHA の S/N 比が最大になるようにデータを処理している。そのためエネルギーに換算するときには、この PHA をエネルギーに規格化するので、エネルギーと PHA の関係式が必要となる。2.7 節において、これは $PHA = aE^2 + bE$ の 2 次式で関係づけられると仮定し、線形性を補正してエネルギースペクトルを作成していた。理想的には入射 X 線のエネルギーは式 2.35 より

$$E = V \int \Delta I dt \quad (5.65)$$

$$= V \int PH \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) dt \quad (5.66)$$

と表され、エネルギーと X 線パルスハイトの間には線形性が保たれる。ここでは、 $PHA = aE^2 + bE$ のような線形性の補正が生じる原因などを考える。

Extent of linearity

まず、エネルギーと PHA の関係を $5\%R_n$ ごとに調べ、MnK- α のエネルギーでの PHA が補正後と補正前でどのように変わるかを示したのが、図 5.74 である。ここで使用するデータは、LLNL で $5\%R_n$ ごとの動作点で取得したデータである。ここで、Mn-K α の X 線エネルギーを $E_{MnK\alpha}$ とすると補正前のデジタルフィルタ処理後のパルスハイト PHA_{0Mn} 、補正後のデジタルフィルタ処理後のパルスハイト PHA_{Mn} の比は

$$\begin{aligned} \frac{PHA_{Mn}}{PHA_{0Mn}} &= \frac{aE_{MnK\alpha}E_{MnK\alpha} + bE_{MnK\alpha}}{bE_{MnK\alpha}} \\ &= \frac{aE_{MnK\alpha}}{b} + 1 \end{aligned} \quad (5.67)$$

と表せるとしてその割合を求めた。

図 5.74 より、 R が小さくなるにつれエネルギーと PHA の線形性は良くなることがわかる。補正後と補正前のパルスハイトの差が生じるのは、Mn のような入射エネルギーの高い X 線によるパルスは、Al のような入射エネルギーの低い X 線パルスのパルスハイトよりも、その動作点において予想されるものより低いパルスが観測されていることを示唆している。すなわち、入射エネルギーが変わるとパルスハイトや時定数を決定づけるパラメータ、例えば感度 α など、が同じ動作点でも異なるということを意味している。それが R の大きいところで顕著にみられていることがこの図からわかる。

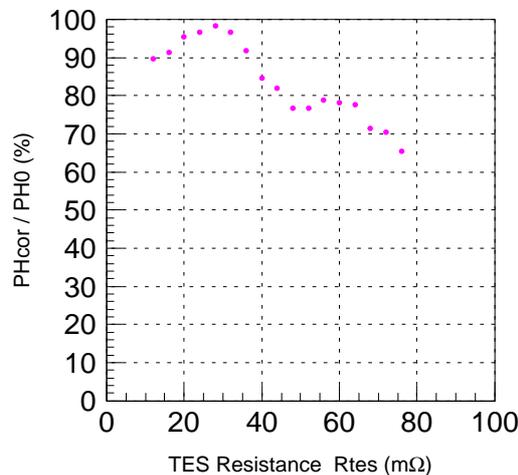


Fig. 5.74: The linearity correction factor at the energy of Mn-K α for the LLNL data. See eq. (5.67) for the details. At smaller resistances $R \lesssim 40$ m Ω , the linearity are better.

Linearity after optimum filter process

次に、これらのいままでの評価をデジタルフィルタ処理の観点から具体的に考える。はじめに

$$\int \mathcal{D}(t) dt = 1 \quad (5.68)$$

$$\int \mathcal{D}(t)' dt = 1 \quad (5.69)$$

をみたく規格化されたパルスデータが存在したとして、Al のエネルギーのパルスデータを $E_{Al}\mathcal{D}(t)$ 、Fe のエネルギーのパルスデータを $E_{Fe}\mathcal{D}'(t)$ と表せるとする。ここで、デジタルフィルタ処理によって得られるパルスハイト PHA はテンプレート $\mathcal{T}(t)$ を用いて

$$PHA = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{T}(t)\mathcal{D}(t)dt \quad (5.70)$$

で求めることができる。このとき

$$\frac{PHA_{Al}}{E_{Al}} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{T}(t)\mathcal{D}(t)dt \quad (5.71)$$

$$\frac{PHA_{Fe}}{E_{Fe}} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{T}(t)\mathcal{D}'(t)dt \quad (5.72)$$

が成り立つ。一方、パルスの時間積分値 SUM は

$$SUM = \int_0^{\infty} \mathcal{D}(t)dt \quad (5.73)$$

であるのでそれぞれのパルスデータについての SUM は

$$SUM_{Al} = E_{Al} \int_0^{\infty} \mathcal{D}(t)dt = E_{Al} \quad (5.74)$$

$$SUM_{Fe} = E_{Fe} \int_0^{\infty} \mathcal{D}'(t)dt = E_{Fe} \quad (5.75)$$

となる。

ここで、もし、X線パルス $\mathcal{D}'(t)$ が $\mathcal{D}(t)$ よりもパルスハイトが低く、立ち下がりの時定数がなまっていると仮定すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{T}(t)\mathcal{D}(t)dt > \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{T}(t)\mathcal{D}'(t)dt \quad (5.76)$$

が成り立ち、 PHA_{Al} と PHA_{Fe} の間には

$$\frac{PHA_{Al}}{E_{Al}} > \frac{PHA_{Fe}}{E_{Fe}} \quad (5.77)$$

という関係が成り立つ。しかし、 SUM で処理を行った場合には式 (5.74)、(5.75) より線形性が保証される。したがって、デジタル処理を行った場合、それぞれのエネルギーに対応する X線パルスと他のエネルギーの X線パルスの波形の違いに大きく依存し、入射エネルギー E と PHA の間には線形性が保たれなくなる。また、用いている最適フィルタ処理では、X線パルス波形が常に相似形であるということを前提としていることに注意しなければならない。このため、パルス波形が同じでないときには、それぞれのエネルギーについての X線パルスに同じテンプレートを使用すると、エネルギー分解能は最大限に発揮されなくなる。

Comparison with pulse shape

個々の動作点において Al-K α 、Cr-K α 、Fe-K α の X線パルスデータから平均パルスを作成しそれぞれを比較する。平均パルスやその指数関数フィットやエネルギーと PHA などの関係のプロットをまとめた例として、バイアス電圧 $V_b = 315$ mV の結果を図 A.2.1 に示す。ここで、平均パルスの計算には、エネルギースペクトルで求めた 2 倍の半値全幅内のエネルギーに相当する PH に対応する X線パルスサンプルを用いて計算した。この Al、Cr、Fe の X線パルスの平均パルスが 図 A.2.1

の左上であり、式 (5.41) でフィットした際のフィットパラメータを図中に示した。フィットの残差が左下である。この平均パルスを用いて、それぞれのエネルギーの平均パルスの波高値でそれぞれの平均パルスをわることで、パルスハイトをノーマライズした結果が中央上のプロットである。これをみると、3つがきれいに重なることはなく、エネルギーが高くなるにつれて立ち下がりの時定数が大きくなるのがわかる。立ち下がりがどの程度異なるかを調べるために、立ち下がりで合わせたプロットが右中央であり、Fe との差が生じているのがわかる。

これらの Al、Cr、Fe の立ち下がりの時定数 $t_2 = \tau_{\text{eff}}$ の R との関係を示したものが、図 5.77 である。これをみると、 R が小さい ($R < 40 \text{ m}\Omega$) ときには τ はほぼ同じであるが、 R が大きくなるにつれて時定数が入射エネルギーが高い方が長くなっていくことがわかる。ここで、X線パルスの時定数 τ_{eff} は式 (2.115) よりループゲイン \mathcal{L}_3 に依存する。したがって、X線入射によって例えば R が変化したときのループゲインが変われば τ_{eff} は変化する。これより、ETF のかかり具合が動作点が同じでも入射エネルギーによって異なる。 \mathcal{L}_3 は式 (2.108) で表されるが、ここで \mathcal{L}_0 は式 (2.50) より T_s は測定の間一定になるように調節しており、温度変化は微小であるとし、 n も一定であると仮定すると、このときのループゲインは $\mathcal{L}_3 \propto \alpha$ となる。これより有効時定数は

$$\tau_{\text{eff}} \sim \frac{C/G}{\alpha+1} \sim \frac{C}{G\alpha}$$

という依存性を持ち、これらのパラメータが動作点近傍で大きく変化すると τ_{eff} は変わることがわかる。時定数は $\sim 36 \text{ m}\Omega$ からほぼ一致し、これは 図 5.74 で補正前と補正後の PH の割合と似たようなふるまいをしている。

次にパルスの時間積分値 SUM とエネルギーとの関係について考える。図 A.2.1 の中央下のグラフはそれぞれ SUM と PHA とパルスハイトの最大値 MAX についてのエネルギーとの関係である。これをみると、 PHA や MAX で比べるよりも SUM で比べるほうがエネルギーとの線形性が保たれることがわかる。しかし、 SUM との関係でもエネルギーに正比例することはない。ここで、パルスの積分値を計算するために式 2.118 を 0 から ∞ まで積分すると

$$\begin{aligned} SUM &= \int_0^{\infty} i(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{E}{\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{I(R + R_s + R_p)} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) dt \\ &= \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{E}{I(R + R_s + R_p)} \end{aligned} \quad (5.78)$$

$$\propto \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} E \quad (5.79)$$

となり、 SUM も実際にはループゲインに依存してしまうために、これが変われば完全な線形性は実現しないということがわかる。また、測定で得られる PH は、式 2.177 より

$$\begin{aligned} PH &= \frac{E}{\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_3 + 1} \frac{1}{I(R + R_s + R_p)} \\ &= -\frac{\alpha E}{CT} I \frac{R}{R + R_s + R_p} \\ &\propto \frac{\alpha}{C} E \end{aligned} \quad (5.80)$$

と計算できる。これより、 PH や τ_{eff} は C/α に直接依存して E に影響するが、 SUM は式 5.79 のように、ループゲインに対して $\mathcal{L}_0/(\mathcal{L}_3 + 1)$ という依存で E に影響するためにそれほど E との関係が変わらなくてすむのである。

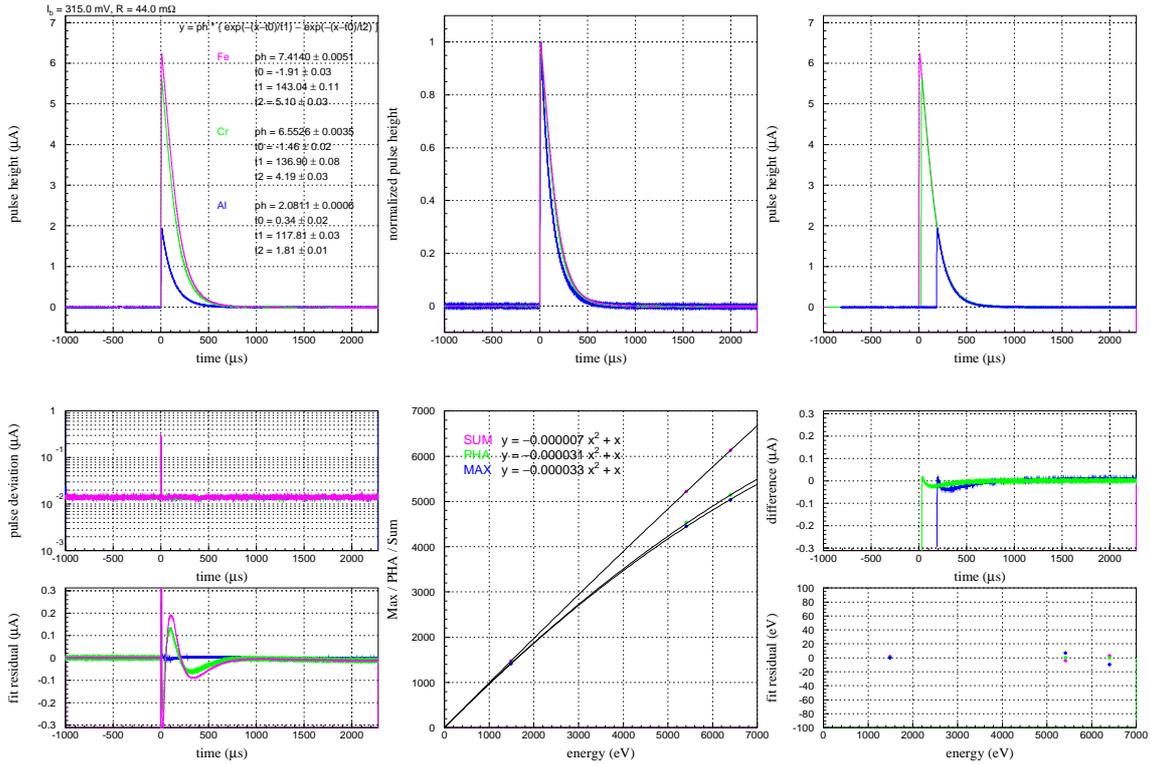


Fig. 5.75: Upper left: Average pulses of Fe (magenta), Cr (green) and Al (blue), fitted by double exponential of eq. (5.41), and the best fit values are written in the panel. In averaging, only the X-ray pulse in the Al-K α , Cr-K α and Fe-K α energy band (within twice FWHM for energy spectra shown in Fig. 5.51, Fig. 5.52 and Fig. 5.53, respectively) were selected. Center left: The standard deviation of pulse, calculated for each sampling bin. Lower left: Double exponential fit residuals for the upper left panel. Upper center: Average pulses of Fe, Cr and Al with their pulse heights normalized to 1.0. It is apparent that the fall time becomes longer as the incident energy goes up. Upper right: Average pulses with Al and Cr pulses shifted horizontally to match their pulse height maximum on the falling tail of the Fe pulse. Center right: The differences of Fe pulse for the upper right panel. Lower center: The energy dependences of *SUM* (magenta), *PHA* (green) and *MAX* (blue), and the fit result. *SUM* is the integral of a pulse, *MAX* is the maximum of a pulse. All of them decline at higher energy, though its degree is the smallest for *SUM*. Lower right: fit residuals for the lower center panel.

SUM、*MAX* の線形性の補正には、*PHA* のときと同様

$$y = aE^2 + bE \quad (5.81)$$

を用いて、Al、Cr、Fe のエネルギー E_{Al} 、 E_{Cr} 、 E_{Fe} についての 3 点の *SUM* または *MAX* を通るように a 、 b をフィットして求めた。これらについて *SUM*、*PHA*、*MAX* の線形性の割合と R との関係を示したのが、図 5.78 である。ここで、それぞれの a/b を示すことで、完全な線形性が保たれた場合 ($y = E$) と実際の値との差がわかる。すなわち

$$\Delta SUM = \frac{a_{SUM}}{b_{SUM}}, \quad \Delta PHA = \frac{a_{PHA}}{b_{PHA}}, \quad \Delta MAX = \frac{a_{MAX}}{b_{MAX}} \quad (5.82)$$

であるので、これの R との関係が、図 5.78 ということである。この値が零に近ければ近いほど、線形性があるということになる。これをみると、 ΔPHA 、 ΔMAX は共に R が小さくなるにつれて急激に零に近付くのがわかる。これは、入射エネルギーによって抵抗が ΔR_{Al} 、 ΔR_{Cr} 、 ΔR_{Fe} だけ変化したときの実効的な α/C が異なる度合の、抵抗依存性を示していると考えられる。ここで実効的な α または C とは、 α または C が X 線の入射によって、例えば抵抗が $R + \Delta R$ だけ変化したときの平均の α 、 C の値であり、 $\Delta\alpha$ 、 ΔC ではない。ここで、 PH と有効時定数は α に対して

$$PH = \frac{\alpha}{C} \quad (5.83)$$

$$\tau_{\text{eff}} \propto \frac{C}{\alpha} \quad (5.84)$$

というような依存性をもつので、これは、TES の実効的な感度 α が入射エネルギーが高くなるにつれて小さくなることを示している。実際に、 IV 特性から α を計算すると図 (5.76) のようになり、入射エネルギーが大きくなるにつれて平均 α が小さくなっていくのがわかる。

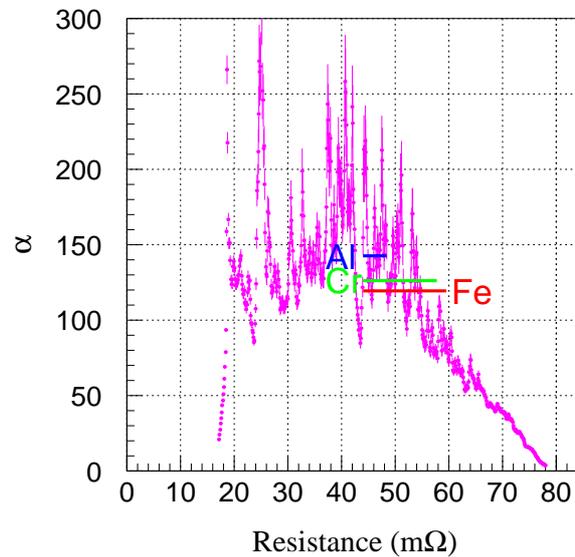


Fig. 5.76: TES resistance R vs. α . The α_{pulse} , for Al, Cr and Fe are indicated by horizontal lines, at the operating point $I_b = 315 \mu\text{A}$ where the best Al resolution was obtained as summarized in Table 5.16.

Table 5.28: Values of α_{pulse} shown in Fig. 5.76.

incident energy	α_{pulse}
Al	142.7 ± 3.29
Cr	126.3 ± 0.52
Fe	119.4 ± 0.39

図 5.78 において、 ΔSUM は $20 \text{ m}\Omega < R < 60 \text{ m}\Omega$ あたりではゆるやかな減少傾向をみせており、 ΔPHA と反相関を示す理由はよくわからない。 SUM の線形性が保たれない理由は、入射エネルギーの全てが熱に変わるのではなく、どこかでエネルギーの逃げが生じているためかもしれない

ということも原因の1つになる。 $R > 70 \text{ m}\Omega$ 付近については、 \mathcal{L}_0 または \mathcal{L}_3 は < 10 と小さく、X線入射による熱がジュール発熱で保障されずに熱浴に逃げてしまっていることから、 ΔSUM の絶対値が大きくなってしまっていると考えられる。

エネルギー分解能については、これらの a/b に対してあまり相関をみせない。

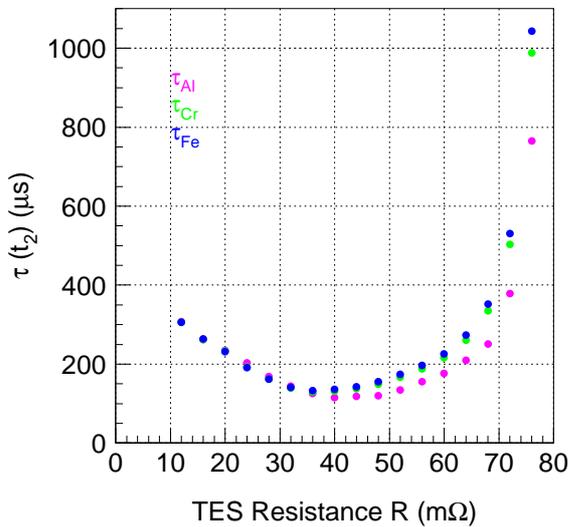


Fig. 5.77: R dependences of the effective time constant of Al (magenta), Cr (green) and Fe (blue) pulses, which is the value of τ_1 , fitted by double exponential of eq. (5.41)

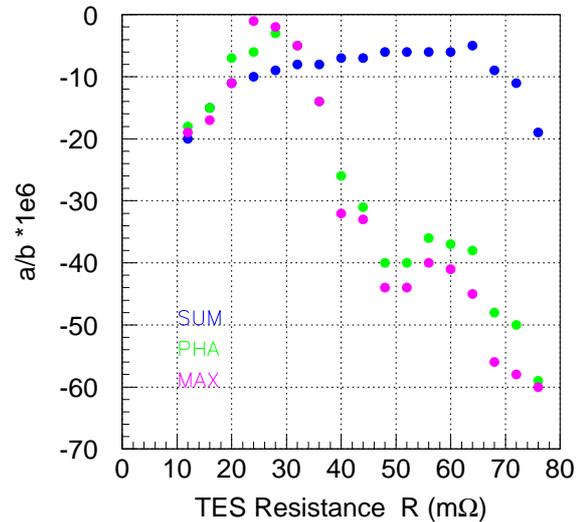


Fig. 5.78: R dependences of the ratio of the linearity correction factor a/b of *SUM* (blue), *PHA* (green) and *MAX* (magenta). See eq. (5.82) for the detail.

Linearity correction by fourth order polynomial

今までの性能評価で、入射エネルギー E とパルスハイト PH の関係は、式 (5.42) のような 2 次関数を用いることでフィットし補正を行っていた。5.6.6 節では、より厳密な関係を調べるために

$$E = PH + aPH^2 + bPH^4 \quad (5.85)$$

の 4 次関数を用いることで、その関係を調べエネルギーに変換する。LLNL で測定したデータを用いて、Al、Cr、Fe で最も良いエネルギー分解能を得た動作点で、この関係を調べた結果を図 5.79 に示す。

図 5.79 より、だいたい $\pm 20 \text{ eV}$ ほどの精度で補正できていることがわかる。ここで、 $\sim 3.31 \text{ eV}$ の基線はおそらく $K-K\alpha$ であり、何らかの原因で 2 次ターゲットに混入してしまったものと考えられるが、はっきりとはわかっていない。このためこの $K-K\alpha$ 基線を無視すれば、それぞれの $K-\beta$ 基線は $\pm 10 \text{ eV}$ の精度で決められることがわかる。

しかし実用化に向けては、いくらエネルギー分解能が向上してもそれぞれのエネルギーの X 線のエネルギーとパルスハイトの関係が精度良く決められなければ、検出器としては不完全なものになってしまう。例えば、輝線のドップラーシフトを用いるような観測では、linearity の誤差が大きいというのは致命的である。よって、今回得られた $\pm 10 \text{ eV}$ の精度というのは、実用化を考えていく上で

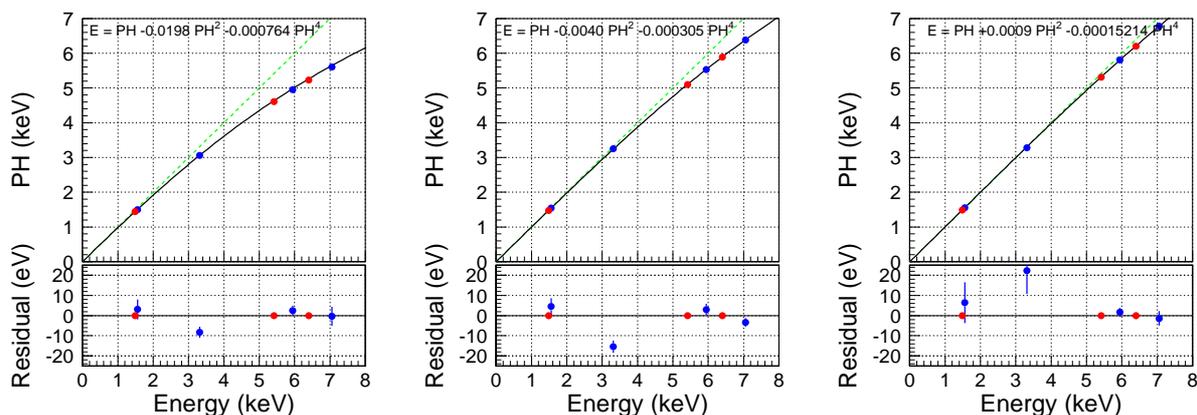


Fig. 5.79: Upper panels: Relations between energy and pulse height fitted by fourth order polynomial of eq. (5.85) passing the origin of the coordinates, and the best fit values are written in the panels. In the fitting, Al-K α , Cr-K α , Fe-K α (red circle) are used, and Al-K β , K-K α , Cr-K β and Fe-K β lines (blue circle) are plotted only for reference. Lower: fit residuals. The operating points are $R = 44.0$, 36.0 and 32.0 m Ω , from left to right, which correspond to the operating points where the best energy resolution of Al, Cr and Fe are obtained.

は改善が必要である。エネルギーの高いところでパルスハイトが落ちるという現象は、§5.6.6より、1つの理由として α_{pulse} の違いから説明できた。また、その性質はバイアスによって異なるので、動作点が異なるたびに補正が必要であった。超伝導転移端を用いる TES 型カロリメータにおいて、温度計の感度 α が一様でないという性質が完全になくすることができないものだとしたら、それは検出器としての最大の弱点となってしまう恐れがある。エネルギー分解能が α のばらつきでまるといふ考察からも、 α の一様な素子製作は大きな課題である。製作面では、他機関でも実績のある端に金を積むバンク構造にしたり、Au を少しはみ出させるオーバーエッチング処理を行うなどの改善策が考えられる。また、転移前の抵抗を大きくすることも α の比較的安定した領域を大きくするのに有効かもしれないが、膜厚などを変えていかねばならないため、 T_c や TES 内部の熱伝導に関わってくるので最善策とはいえない。他には、 α のできるだけ大きな素子を製作し、磁場をかけることで α をわざとなまらして変化性をなくすという方法も考えられるが、都立大の測定においては、§5.6.1 の図 5.41 のように、逆にパルス波形のばらつきが大きくなってしまっている。また、非線形性の性質が α_{pulse} で完全には説明できないことは注意しておかねばならず、今後の課題となる。最後に、この関係を用いてエネルギー分解能を求めた結果を表 5.29 に示す。

Table 5.29: Energy resolution after correction by fourth order polynomial of eq. (5.85).

best resolution energy		Al	Cr	Fe
TES resistance	R [m Ω]	44.0	36.0	32.0
baseline	ΔE_0 [eV]	6.4 ± 0.2	6.4 ± 0.1	6.5 ± 0.2
energy resolution	ΔE [eV]			
	χ^2 fit	5.8 ± 0.3	6.4 ± 0.6	4.4 ± 0.9
	Likelihood fit	6.4 ± 0.3	7.4 ± 0.7	5.7 ± 0.9

Chapter 6

CONCLUSION

6.1 TMU Results

6.1.1 Dependence of α on magnetic environment

By magnetic shield

The TES sensitivity α was successfully recovered owing to the superconducting magnetic shield made of Pb, which had been suppressed without the shield when the TES current was large (Fig. 5.22 and Fig. 5.24). The pulse height becomes larger than that without the shield by about twice at $R \lesssim 40 \text{ m}\Omega$ (Fig. 5.21).

By magnetic field

The α is confirmed to be suppressed by the magnetic field parallel to the TES, while the noise level does not change very much (Fig. 5.27 and Fig. 5.33). The pulse variation increases as the magnetic field becomes larger (Fig. 5.41),

6.1.2 Contents of energy resolution

In Table 6.1, operating parameters and contents of the energy resolution are summarized, where the best energy resolution of $\Delta E = 6.6 \pm 0.4 \text{ eV}$ was obtained at TMU on 020818.

Pulse variation

The contribution of the pulse variation of $\sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_0^2} = 1.6 \pm 1.2 \text{ eV}$ is consistent with that of the bath temperature fluctuation of $\Delta E_{dT_s} = 1.4 \text{ eV}$ for $dT_s = 30 \text{ }\mu\text{K}$.

Baseline width

Since the pulse variation is small for the SII-14b, it is important to improve the baseline width for realizing better energy resolution. The baseline width is determined by the signal to noise ratio, therefore both pulse-height increase and noise reduction take effect.

With regard to the pulse height, almost the same level of the estimation from the RT curve measurements was obtained by improving the magnetic shield (§5.6.4). Increase of pulse height

by making R_s smaller or T_s lower is only slightly for the current setup at TMU.

With regard to the noise, the most dominant contribution is the excess noise. The excess noise has a dependence on the TES resistance R , roughly in proportion to $1/R$ (Fig. 5.32). We found that the excess noise is much suppressed at the very small TES current (Fig. 5.34 and Fig. 5.35). The readout noise was significantly reduced by adding condensers into the biasing circuit (Fig. 4.14 and Fig. 4.15) as a low-pass filter (Fig. 4.13).

6.2 LLNL Results

6.2.1 Contents of energy resolution

In Table 6.2, operating parameters and contents of the energy resolutions are summarized, where the best energy resolutions were obtained at LLNL for Al-K α , Cr-K α and Fe-K α . At LLNL, much precise parameters of SII-14b can be estimated owing to the accurate IV measurements at several bath temperatures.

Pulse variation

The contribution of the bath temperature fluctuation for $dT_s = 10\mu\text{K}$ is negligible, and the contribution of pulse variation is generally small.

Baseline width

The energy resolutions are determined by the baseline width, in which the contribution of the excess noise is the largest similarly to TMU.

6.2.2 Operating point dependence of the energy resolution

The energy resolutions do not always worsen as the energy of incident X-rays get higher, and some show even better resolution than the baseline width. Assuming that the noise level for pulses is determined by the noise spectrum $NS(f; R + dR)$ considering the resistance change of dR , instead of $NS(f; R)$ at the operating point, the energy resolution of Fe can be better than that of Al and the baseline width (Fig. 5.64 and 5.65). We also found that the pulse variation appears to have a minimum at a certain resistance ($R + dR \simeq 48 \text{ m}\Omega$) when plotted versus the resistance $R + dR$ of the pulse peak (Fig. 5.71). The best energy resolution for each line was obtained at such an operating point (Fig. 5.69). One important factor for the suppression of the pulse variation could be that the fluctuation of α is small at the resistance of the X-ray pulse peak (Fig. 5.72).

6.2.3 Energy dependence of the pulse

The nonlinearity of the pulse height originates in the different α_{pulse} values for incident X-ray energies (Fig. 5.76). Relations between the energy and the pulse height are corrected within the accuracy of 20 eV by using fourth order polynomial (Fig. 5.79).

6.3 Comparison between the TMU and LLNL measurements

The pulse height at LLNL is by a factor of 1.3 smaller than that at TMU when compared at the same operating point (Fig. 5.57). This arises from the contribution of the parasitic resistance R_p and the higher bath temperature than TMU (Table 5.19). By only making $R_p = 0$, better resolution than 6 eV should be obtained at LLNL.

The readout noise at LLNL is smaller than that at TMU, while the intrinsic noise at LLNL is higher, due partly to the parasitic resistance R_p . The most dominant contribution to the baseline width at both TMU and LLNL is the excess noise. However, the excess noise at LLNL is smaller than that of TMU especially at the small TES resistance. The observed noise levels can be explained by introducing the bias voltage fluctuation of $1.5 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ at TMU and $0.8 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ at LLNL (Fig. 5.58, Fig. 5.59), although the origin is not clear after all.

6.4 Future Prospects

Measurement of SII-14b again

It is important to measure SII-14b again, for the confirmation of the presence of the excess noise at TMU with a low-noise bias circuit and the measurement with the perpendicular magnetic field to the TES.

Pursuit of the excess noise

To begin with, I continue to reduce the readout noise to examine whether it results from the readout systems, and pursue the possible causes of the excess noise.

Realization of reproducibility in the device fabrication

In practice, it is most important to realize the reproducibility of the TES properties in the device fabrication, e.g. the transition temperature, the sensitivity, and the pulse variation.

Production of a device with uniform α

Considering that the operating point of the best energy resolution is determined by the α variation, it is necessary to produce the TES not only with large α but also with uniform α . It will improve the relation between energy and pulse height, too. With regard to SII-14b, the α has a maximum around $R \simeq 40 \text{ m}\Omega$, which might originate in the TES itself and/or the change of the current flow in the TES [28]. Making a bank- or overetching-structure may take effect on the production of such a device, although realization of the reproducibility is crucial for this kind of evaluation. Numerical simulations of the TES transition considering the current flow in the TES would be useful to optimize the design of the TES and the absorber.

Improvement of measurement way

In order to characterize TES calorimeters, it is important to perform more accurate and efficient measurements at TMU under several conditions. For example, the *IV* measurement at LLNL gives us detailed information on α .

Table 6.1: Operating parameters and contents of energy resolution at TMU.

incident energy	E	5894 eV (Mn-K α)
bias current	I_b	427.18 μ A
TES resistance	R	37.9 m Ω
TES current	I	32.19 μ A
bath temperature	T_s	61.2 mK
TES temperature ^a	T	144.74 mK
sensitivity	^b α_{RT}	109.57
	^c α_{operate}	103.0
	^d α_{pulse}	154.4
	^e α_{PMAX}	98.80
	^f $\alpha_{\tau_{\text{eff}}}$	112.94
thermal conductance ^g	G	0.9294 nW/K
Joule heat	P	39.27 pW
effective time constant ^h	τ_{eff}	74.2 μ s
pulse height maximum	MAX	9.58 μ A
resistance change	dR	14.75 m Ω
cut-off frequency	f_{max}	25 kHz
energy resolution	ΔE	6.6 ± 0.4 eV
baseline width	ΔE_0	6.4 ± 0.4 eV
contribution of pulse variation	$\sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_0^2}$	1.6 ± 1.2 eV
contribution of intrinsic noise	$\Delta E_{\text{intrinsic}}$	2.37 eV
contribution of readout noise	$\Delta E_{\text{readout}}$	2.13 eV
contribution of excess noise	ΔE_{excess}	5.55 eV
contribution of bath temperature fluctuation ($dT_s = 30 \mu\text{K}$)	ΔE_{dT_s}	1.4 eV

^aTo estimate T for R calculated from the I - V , the R - T relation is assumed to have the same of shape as that measured with a nearly constant voltage bias.

^bThe sensitivity α_{RT} calculated by eq (1.14).

^cThe sensitivity α calculated by eq (5.18).

^dThe sensitivity α_{pulse} calculated as described in § 5.6.4.

^eThe α_{PMAX} calculated by eq (5.54).

^fThe $\alpha_{\tau_{\text{eff}}}$ calculated by eq (5.55).

^gThermal conductance G calculated by eq (5.14) and $n = 3.2$.

^hThe fit parameter τ_1 of eq (5.41) obtained by fitting the average pulse.

Table 6.2: Operating parameters and contents of energy resolution at LLNL.

incident energy	E	1486.56 eV (Al-K α)	5411.65 eV (Cr-K α)	6399.51 eV(Fe-K α)
bias current	I_b	315 μ A	295 μ A	285 μ A
TES resistance	R	44.0 m Ω	36.0 m Ω	32.0 m Ω
TES current	I	25.74 \pm 0.0011 μ A	28.38 \pm 0.0013 μ A	30.05 \pm 0.0014 μ A
bath temperature	T_s	100 mK	100 mK	100 mK
TES temperature ^a	T	150.909 \pm 0.0029 mK	150.718 \pm 0.0031 mK	150.597 \pm 0.0032 mK
sensitivity	^b α_{RT}	276.33	132.04	179.85
	^c $\alpha_{operate}$	175.93	134.28	123.50
	^d α_{pulse}	143.99	142.62	161.34
	^e $\alpha_{P_{MAX}}$	124.24	109.20	92.34
	^f $\alpha_{\tau_{eff}}$	127.66	127.82	106.75
thermal conductance ^g	G	0.845 nW/K	0.842 nW/K	0.841 nW/K
Joule heat	P	29.15 pW	28.99 pW	28.89 pW
effective time constant ^h	$\tau_{eff_{Al}}$	117.81 \pm 0.03 μ s	124.92 \pm 0.05 μ s	143.37 \pm 0.05 μ s
	$\tau_{eff_{Cr}}$	136.90 \pm 0.08 μ s	129.69 \pm 0.03 μ s	139.76 \pm 0.04 μ s
	$\tau_{eff_{Fe}}$	143.04 \pm 0.11 μ s	133.05 \pm 0.04 μ s	140.67 \pm 0.03 μ s
pulse height maximam	MAX	1.94 μ A	7.09 μ A	8.47 μ A
resistance change	dR	4.33 m Ω	15.08 m Ω	16.20 m Ω
cut-off frequency	f_{max}	300 kHz	60 kHz	60 kHz
correction using the second order polynomial				
energy resolution	ΔE			
	χ^2 fit	5.8 \pm 0.3 eV	6.5 \pm 0.6 eV	4.1 \pm 0.8 eV
	likelihood fit	6.3 \pm 0.3	7.1 \pm 0.6	5.4 \pm 0.8
baseline width	ΔE_0	6.0 \pm 0.2 eV	6.3 \pm 0.1 eV	6.4 \pm 0.2 eV
correction using the forth order polynomial				
energy resolution	ΔE			
	χ^2 fit	5.8 \pm 0.3 eV	6.4 \pm 0.6 eV	4.4 \pm 0.9 eV
	likelihood fit	6.2 \pm 0.2 eV	7.4 \pm 0.7 eV	5.7 \pm 0.9 eV
baseline width	ΔE_0	6.4 \pm 0.2 eV	6.4 \pm 0.1 eV	6.5 \pm 0.2 eV
contribution of pulse variation	$\sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_0^2}$	–	3.7 eV	–
contribution of intrinsic noise	$\Delta E_{intrinsic}$	3.17 eV	3.61 eV	3.85 eV
contribution of readout noise	$\Delta E_{readout}$	1.47 eV	1.39 eV	1.36 eV
contribution of excess noise	ΔE_{excess}	5.36 eV	5.10 eV	5.06 eV
contribution of bath temperature fluctuation ($dT_s = 10\mu$ K)	ΔE_{dT_s}	0.38 eV	1.55 eV	1.64 eV

^aThe TES temperature T calculated by eq. (5.30).^bThe sensitivity α_{RT} calculated by eq (1.14).^cThe $\alpha_{operate}$ calculated by eq (5.34).^dThe sensitivity α_{pulse} calculated as described in § 5.6.4.^eThe $\alpha_{P_{MAX}}$ calculated by eq (5.54).^fThe $\alpha_{\tau_{eff}}$ calculated by eq (5.55).^gThermal conductance G calculated by eq (2.17), eq (5.27) and eq (5.28).^hThe fit parameter τ_1 of eq (5.41) obtained by fitting the average pulse.

Appendix A

LISTS OF MEASUREMENT RESULTS

A.1 TMU Result

Table A.1: RT property at TMU on 020818

T	R	α	T	R	α
143.72	0.12	–	151.39	33.21	97.69
144.95	0.11	–	151.73	41.79	136.34
146.28	0.11	–	152.39	70.76	56.48
147.58	0.11	–	153.23	81.13	7.15
148.20	0.11	–	154.76	79.73	–
148.98	0.11	–	156.18	80.66	0.28
149.16	0.11	–	157.70	77.94	–
149.45	0.10	1029	159.37	80.66	–
149.77	0.53	1144.96	160.80	78.38	–
150.03	2.45	626.58	162.49	80.66	2.57
150.33	6.26	506.08	164.09	82.57	0.28
150.57	13.83	309.36	165.88	81.13	–
150.86	21.32	189.47	167.62	79.28	–
151.15	29.36	115.49	169.10	79.28	–

Table A.2: ETF property at TMU on 020818 (1)

V_b [mV]	I_b [μ A]	R [m Ω]	I [μ A]	P [pW]	T_s [mK]	T [mK]
2.4	233.01	5.27	86.10	39.06	58.90	143.52
2.6	252.43	8.36	68.10	38.76	59.12	143.73
2.8	271.84	11.15	58.96	38.76	59.3	143.88
3.0	291.26	13.98	52.70	38.82	59.56	144.00
3.2	310.68	16.92	47.94	38.90	59.89	144.12
3.4	330.10	20.00	44.14	38.98	60.13	144.22
3.6	349.51	23.23	41.01	39.07	60.47	144.33
3.8	368.93	26.57	38.41	39.21	60.61	144.43
4.0	388.35	30.08	36.16	39.32	60.71	144.53
4.2	407.77	34.08	33.88	39.11	61.1	144.64
4.4	427.18	37.89	32.19	39.27	61.18	144.74
4.6	446.60	41.88	30.67	39.39	61.28	144.86
4.8	466.02	46.20	29.20	39.39	61.46	144.99
5.0	485.44	50.44	28.00	39.56	61.57	145.12
5.2	504.85	54.63	27.01	39.86	61.51	145.26
5.4	524.27	58.98	26.08	40.12	61.58	145.42
5.6	543.69	63.62	25.17	40.30	61.66	145.63
5.8	563.11	67.43	24.66	41.00	61.63	145.84
6.0	582.52	72.10	23.93	41.27	61.64	146.18

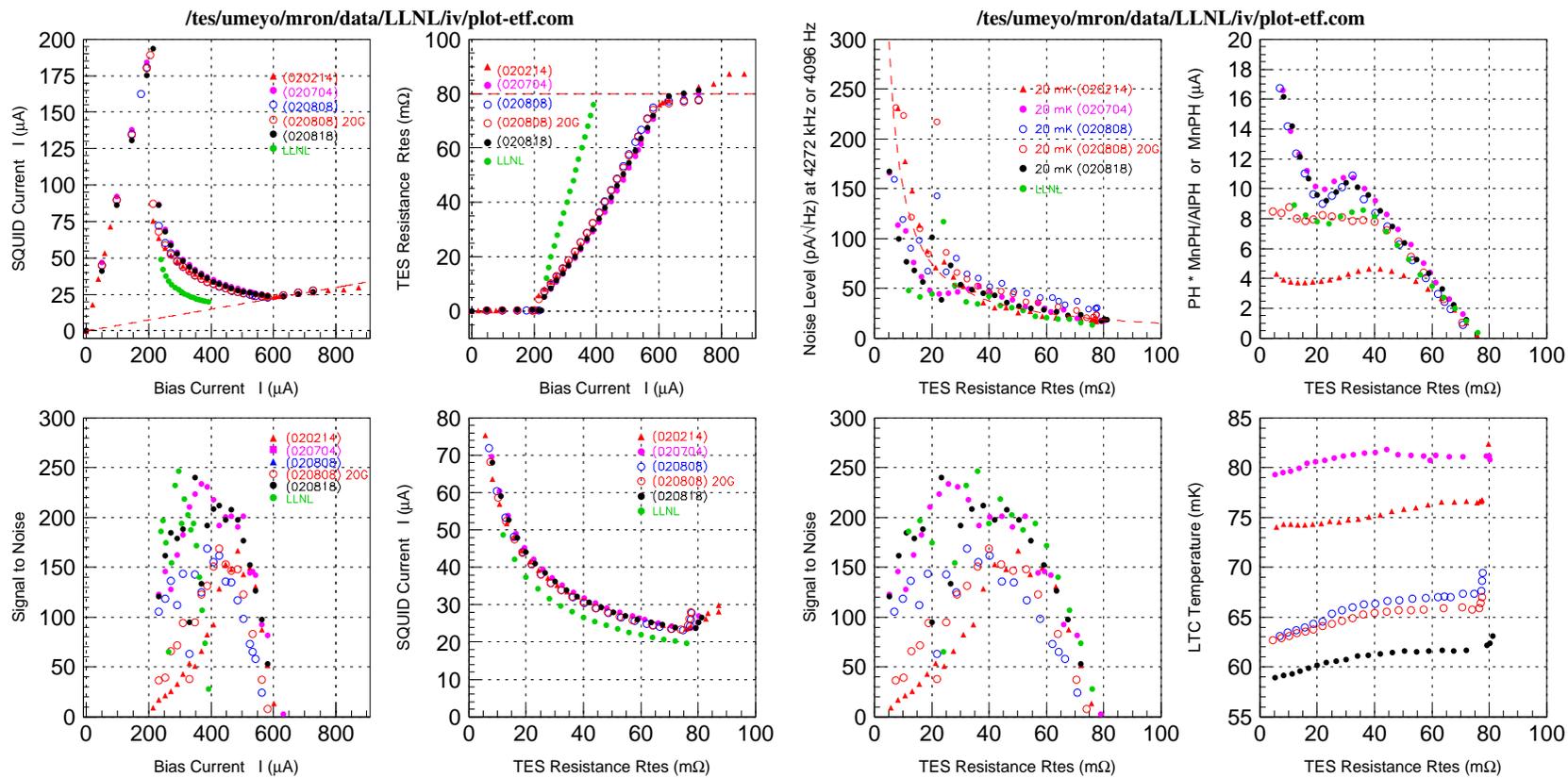
Table A.3: ETF property at TMU on 020818 (2)

I_b [μ A]	Z [m Ω]	\mathcal{L}_0	G [nW/K]	PH [mV]	NL [μ V/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	S/N	α
233.01	–	–	0.9268	1008	8.374	120.4	–
252.43	7.506	-18.64	0.9188	808.3	5.007	161.4	–
271.84	10.875	-80.50	0.9182	708.3	3.828	185.0	–
291.26	13.970	-3877.03	0.9195	606.2	3.391	178.8	–
310.68	17.097	194.17	0.9214	533.3	2.827	188.6	662.8
330.10	20.387	105.03	0.9233	479.2	5.068	94.6	358.8
349.51	24.009	60.49	0.9257	460.4	1.915	240.4	206.9
368.93	27.783	44.82	0.9285	487.5	3.646	133.7	153.3
388.35	29.537	-109.90	0.9309	518.7	2.699	192.2	–
407.77	33.356	-93.13	0.9263	506.2	2.426	208.7	–
427.18	40.493	30.07	0.9294	479.2	2.263	211.8	103.0
446.60	43.142	67.09	0.9318	425.0	2.153	197.4	229.88
466.02	48.036	51.17	0.9313	372.9	1.795	207.7	175.4
485.44	57.897	14.53	0.9346	318.7	1.610	198.0	49.8
504.85	65.482	11.06	0.9404	263.5	1.488	177.1	37.9
524.27	68.121	13.91	0.9456	216.7	1.423	152.3	47.66
543.69	87.184	6.40	0.948	164.6	1.306	126.0	21.9
563.11	99.64	5.19	0.9630	111.7	1.141	97.9	17.77
582.52	–	–	0.9668	61.46	1.160	53.0	–

Table A.4: Bias dependence of energy resolution by 2 gaussian fit. The data at 4400 mV on 020818 is fitted by seven Lorentzians convolved with a Gaussian, and its FWHM is obtained 6.6 ± 0.4 eV.

bias voltage V_b [mV]	TES resistance R [m Ω]	effective time constant τ_{eff} [μs]	baseline width [eV]	energy resolution		
				before cut-off [eV]	after cut-off [eV]	cut-off frequency [kHz]
on 020214						
4600	42.07	144.263	10.7	20.3	12.6	25
on 020704						
5400	57.0	105.4	9.6	32.1	17.8	5
5200	52.6	88.6	8.8	25.4	13.2	25
5000	48.3	79.5	8.0	30.3	10.0	25
4800	44.3	75.9	8.2	29.4	11.6	10
4600	36.4	72.5	8.7	31.5	10.0	25
4400	40.3	69.8	7.3	29.8	11.7	10
4200	32.7	69.1	7.6	24.3	9.2	25
4000	29.2	56.2	8.5	65.8	10.8	10
3800	25.8	81.3	7.5	188.6	15.8	5
3600	22.6	68.8	8.7	59.6	12.8	5
3400	19.4	106.9	8.2	65.0	18.0	10
on 020808						
4000	32.37	80.177	9.5	26.6	12.1	25
4200 (2)	36.24	80.595	9.7	29.9	12.4	10
4200 (0 G)	36.24	80.162	9.5	31.6		
4200 (10 G)	36.24	86.935	8.4	55.4		
4200 (20 G)	36.24	99.390	12.2	88.1		
4200 (3)	36.24	82.859	8.3	43.0	11.6	10
4000 (3)	32.37	87.527	9.2	108.4	12.4	10
on 020817						
4600	41.88	78.273	7.3	20.7	9.0	25
4400	37.89	74.198	7.0	19.8	8.4	25
4200	34.08	74.763	7.3	25.0	9.9	25
4000	30.08	82.171	7.5	62.4	10.6	5

Fig. A.1: ETF property at TMU (1)



A.2 LLNL Results

Table A.5: IV property at LLNL

V_b [mV]	I_b [μ A]	R [m Ω]	I [μ A]	T [mK]	G [nW/K]
391	391.0	76.0	19.98 ± 0.0011	152.290 ± 0.0038	0.862
381	381.0	72.0	20.40 ± 0.0010	151.843 ± 0.0035	0.856
371	371.0	68.0	20.93 ± 0.0009	151.642 ± 0.0032	0.854
362	362.0	64.0	21.52 ± 0.0009	151.459 ± 0.0029	0.851
353	353.0	60.0	22.17 ± 0.0010	151.303 ± 0.0031	0.849
343	343.0	56.0	22.91 ± 0.0009	151.196 ± 0.0028	0.848
334	334.0	52.0	23.74 ± 0.0013	151.080 ± 0.0038	0.847
325	325.0	48.0	24.68 ± 0.0011	150.997 ± 0.0030	0.846
315	315.0	44.0	25.74 ± 0.0011	150.909 ± 0.0029	0.845
305	305.0	40.0	26.97 ± 0.0013	150.821 ± 0.0034	0.843
295	295.0	36.0	28.38 ± 0.0013	150.718 ± 0.0031	0.842
285	285.0	32.0	30.05 ± 0.0014	150.597 ± 0.0032	0.841
274	274.0	28.0	32.05 ± 0.0014	150.426 ± 0.0030	0.839
264	264.0	24.0	34.55 ± 0.0016	150.305 ± 0.0032	0.837
254	254.0	20.0	37.70 ± 0.0016	150.040 ± 0.0029	0.834

Table A.6: Measured pulse height MAX at LLNL

V_b [mV]	R [m Ω]	MAX_{Al} [μ A]	MAX_{Cr} [μ A]	MAX_{Fe} [μ A]
391	76.0	0.130	0.326	0.359
381	72.0	0.369	0.932	1.007
371	68.0	0.638	1.586	1.735
362	64.0	0.795	2.219	2.425
353	60.0	1.024	2.855	3.158
343	56.0	1.209	3.433	3.836
334	52.0	1.496	4.150	4.598
325	48.0	1.775	4.868	5.436
315	44.0	1.936	5.617	6.235
305	40.0	2.126	6.415	7.148
295	36.0	2.145	7.086	8.014
285	32.0	2.036	7.342	8.465
274	28.0	1.956	7.223	8.567
264	24.0	1.863	6.931	8.203
254	20.0	1.889	6.767	7.984
247	16.0	2.090	7.167	8.345
240	12.0	2.320	7.840	9.076

Table A.7: Measured pulse height $PMAX$ at LLNL

V_b [mV]	R [m Ω]	$PMAX_{Al}$ [μA]	$PMAX_{Cr}$ [μA]	$PMAX_{Fe}$ [μA]
391	76.0	0.1292 ± 0.0000	0.3444 ± 0.0001	0.3810 ± 0.0002
381	72.0	0.3800 ± 0.0001	1.0297 ± 0.0005	1.1422 ± 0.0007
371	68.0	0.6504 ± 0.0003	1.7599 ± 0.0009	2.0169 ± 0.0015
362	64.0	0.8508 ± 0.0010	2.4756 ± 0.0009	2.7875 ± 0.0014
353	60.0	1.0677 ± 0.0006	3.2023 ± 0.0014	3.6194 ± 0.0020
343	56.0	1.2927 ± 0.0002	3.9135 ± 0.0022	4.4391 ± 0.0032
334	52.0	1.6161 ± 0.0005	4.7403 ± 0.0031	5.3780 ± 0.0041
325	48.0	1.9349 ± 0.0024	5.7006 ± 0.0043	6.4417 ± 0.0058
315	44.0	2.0811 ± 0.0006	6.5526 ± 0.0035	7.4140 ± 0.0051
305	40.0	2.3222 ± 0.0005	7.3309 ± 0.0025	8.3482 ± 0.0042
295	36.0	2.2797 ± 0.0009	7.8794 ± 0.0026	9.0806 ± 0.0029
285	32.0	2.1717 ± 0.0009	7.7709 ± 0.0034	9.1052 ± 0.0035
274	28.0	2.0758 ± 0.0007	7.5097 ± 0.0029	8.8216 ± 0.0035
264	24.0	1.9720 ± 0.0004	7.1565 ± 0.0030	8.4481 ± 0.0042
254	20.0	2.0281 ± 0.0008	7.0089 ± 0.0030	8.2694 ± 0.0034
247	16.0	2.2157 ± 0.0006	7.5271 ± 0.0025	8.7326 ± 0.0027
240	12.0	2.4254 ± 0.0007	8.1369 ± 0.0029	9.4486 ± 0.0040

Table A.8: Effective time constant τ_{eff} at LLNL

V_b [mV]	R [m Ω]	τ_{Al} [μs]	τ_{Cr} [μs]	τ_{Fe} [μs]
391.0	76.0	765.221 ± 0.203	988.543 ± 0.514	1043.57 ± 0.616
381.0	72.0	379.000 ± 0.092	502.926 ± 0.292	531.315 ± 0.394
371.0	68.0	250.803 ± 0.103	334.815 ± 0.239	351.507 ± 0.306
362.0	64.0	209.043 ± 0.174	259.736 ± 0.110	273.008 ± 0.159
353.0	60.0	176.556 ± 0.079	215.845 ± 0.115	225.797 ± 0.140
343.0	56.0	156.179 ± 0.032	188.066 ± 0.110	196.652 ± 0.149
334.0	52.0	133.711 ± 0.041	166.925 ± 0.115	174.177 ± 0.145
325.0	48.0	119.891 ± 0.095	149.125 ± 0.119	155.536 ± 0.142
315.0	44.0	117.808 ± 0.034	136.901 ± 0.081	143.038 ± 0.107
305.0	40.0	114.525 ± 0.024	131.118 ± 0.052	136.140 ± 0.076
295.0	36.0	124.923 ± 0.050	129.686 ± 0.030	133.051 ± 0.042
285.0	32.0	143.370 ± 0.054	139.764 ± 0.040	140.673 ± 0.033
274.0	28.0	168.293 ± 0.062	162.570 ± 0.048	161.944 ± 0.047
264.0	24.0	203.525 ± 0.049	192.824 ± 0.073	190.768 ± 0.077
254.0	20.0	234.705 ± 0.079	233.583 ± 0.070	231.296 ± 0.091
247.0	16.0	261.900 ± 0.063	262.750 ± 0.049	263.638 ± 0.047
240.0	12.0	307.219 ± 0.081	305.219 ± 0.081	305.076 ± 0.077

Table A.9: Noise levels NL for measured noise spectrum.

V_b	R	$NL@4272$ Hz
[mV]	[m Ω]	[μ A/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
391.0	76.0	13.30
381.0	72.0	15.57
371.0	68.0	18.83
362.0	64.0	19.48
353.0	60.0	20.28
343.0	56.0	22.03
334.0	52.0	27.94
325.0	48.0	30.75
315.0	44.0	32.62
305.0	40.0	42.03
295.0	36.0	34.63
285.0	32.0	36.30
274.0	28.0	52.97
264.0	24.0	117.26
254.0	20.0	44.58
247.0	16.0	41.81
240.0	12.0	47.84

Table A.10: Energy resolution at LLNL (300 kHz cutoff)

V_b	R	ΔE_0	ΔE_{Al}	ΔE_{Cr}	ΔE_{Fe}	a	b
[m Ω]	[eV]	[eV]	[eV]		$\times 10^5$		
391.0	76.0	22.0	28.8	121.6	1193.6	-6.4	1.0935
381.0	72.0	10.4	15.2	36.5	59.1	-5.4	1.0751
371.0	68.0	8.5	13.8	32.2	44.4	-5.2	1.0762
362.0	64.0	7.7	10.4	26.4	34.3	-4.0	1.0571
353.0	60.0	6.1	9.8	25.8	31.2	-3.9	1.0563
343.0	56.0	6.3	8.5	30.1	42.4	-3.8	1.0542
334.0	52.0	6.8	8.3	27.6	44.0	-4.2	1.0635
325.0	48.0	6.0	8.4	21.3	48.7	-4.2	1.0633
315.0	44.0	6.3	7.5	17.9	31.7	-3.2	1.0450
305.0	40.0	6.5	9.0	16.2	21.2	-2.7	1.0415
295.0	36.0	6.3	15.0	15.9	21.7	-1.4	1.0212
285.0	32.0	6.3	13.3	15.5	21.3	-0.6	1.0133
274.0	28.0	8.6	11.7	33.1	25.8	-0.3	1.0083
264.0	24.0	13.4	16.6	31.6	46.6	-0.6	1.0055
254.0	20.0	7.7	11.1	30.5	49.6	-0.8	1.0121
247.0	16.0	6.4	9.6	27.9	25.2	-1.5	1.0212
240.0	12.0	6.6	10.0	29.4	38.0	-1.8	1.0252

Table A.11: Resistance changes and current changes

V_b [mV]	R [m Ω]	dR_{Al} [m Ω]	dR_{Cr} [m Ω]	dR_{Fe} [m Ω]	$R + dR_{Al}$ [m Ω]	$R + dR_{Cr}$ [m Ω]	$R + dR_{Fe}$ [m Ω]	I [μ A]	dI_{Al} [μ A]	dI_{Cr} [μ A]	dI_{Fe} [μ A]
391.0	76.0	0.56	1.41	1.56	76.56	77.41	77.56	19.98	0.13	0.33	0.36
381.0	72.0	1.50	3.89	4.22	73.50	75.89	76.22	20.40	0.37	0.93	1.01
371.0	68.0	2.43	6.34	6.99	70.43	74.34	74.99	20.93	0.64	1.59	1.74
362.0	64.0	2.81	8.43	9.31	66.81	72.43	73.31	21.52	0.80	2.22	2.42
353.0	60.0	3.36	10.24	11.51	63.36	70.24	71.51	22.17	1.02	2.85	3.16
343.0	56.0	3.64	11.51	13.13	59.64	67.51	69.13	22.91	1.21	3.43	3.84
334.0	52.0	4.12	12.99	14.73	56.12	64.99	66.73	23.74	1.50	4.15	4.60
325.0	48.0	4.44	14.08	16.19	52.44	62.08	64.19	24.68	1.77	4.87	5.44
315.0	44.0	4.33	14.88	17.04	48.33	58.88	61.04	25.74	1.94	5.62	6.23
305.0	40.0	4.22	15.38	17.78	44.22	55.38	57.78	26.97	2.13	6.41	7.15
295.0	36.0	3.70	15.08	17.83	39.70	51.08	53.83	28.38	2.14	7.09	8.01
285.0	32.0	3.00	13.35	16.20	35.00	45.35	48.20	30.05	2.04	7.34	8.46
274.0	28.0	2.42	10.85	13.61	30.42	38.85	41.61	32.05	1.96	7.22	8.57
264.0	24.0	1.90	8.36	10.37	25.90	32.36	34.37	34.55	1.86	6.93	8.20
254.0	20.0	1.55	6.41	7.87	21.55	26.41	27.87	37.70	1.89	6.77	7.98

Table A.12: Estimated α from IV measurement

V_b [mV]	R [m Ω]	$\alpha_{operate}$	α_{Al}	α_{Cr}	α_{Fe}
391.0	76.0	11.41 \pm 0.09	12.01 \pm 0.96	7.57 \pm 0.11	7.05 \pm 0.09
381.0	72.0	29.41 \pm 0.47	26.66 \pm 0.98	19.73 \pm 0.13	18.93 \pm 0.11
371.0	68.0	42.74 \pm 0.97	43.26 \pm 1.16	33.39 \pm 0.17	30.83 \pm 0.12
362.0	64.0	73.75 \pm 2.77	59.04 \pm 1.62	44.08 \pm 0.18	41.53 \pm 0.14
353.0	60.0	74.90 \pm 2.51	68.91 \pm 1.50	56.79 \pm 0.21	53.10 \pm 0.15
343.0	56.0	104.50 \pm 4.48	87.27 \pm 2.04	69.54 \pm 0.24	66.31 \pm 0.19
334.0	52.0	100.45 \pm 3.77	115.40 \pm 2.85	83.00 \pm 0.28	78.88 \pm 0.21
325.0	48.0	152.69 \pm 8.33	145.92 \pm 3.94	101.88 \pm 0.35	96.25 \pm 0.26
315.0	44.0	175.93 \pm 11.05	143.99 \pm 3.47	119.90 \pm 0.41	112.02 \pm 0.30
305.0	40.0	182.46 \pm 10.33	140.02 \pm 3.16	129.52 \pm 0.43	127.60 \pm 0.35
295.0	36.0	134.28 \pm 5.25	165.80 \pm 4.96	142.62 \pm 0.50	149.67 \pm 0.45
285.0	32.0	123.50 \pm 3.91	151.35 \pm 4.94	168.62 \pm 0.75	161.34 \pm 0.53
274.0	28.0	127.19 \pm 3.62	114.03 \pm 3.43	147.25 \pm 0.69	155.67 \pm 0.57
264.0	24.0	116.04 \pm 2.58	388.25 \pm 54.39	136.22 \pm 0.77	123.36 \pm 0.46
254.0	20.0	133.87 \pm 2.50	115.60 \pm 4.27	149.09 \pm 1.08	149.05 \pm 0.79

From right, baseline, Al, Cr and Fe energy spectra at LLNL

⊥ : cutoff frequency of 300 kHz

⊂ : cutoff frequency of 60 kHz

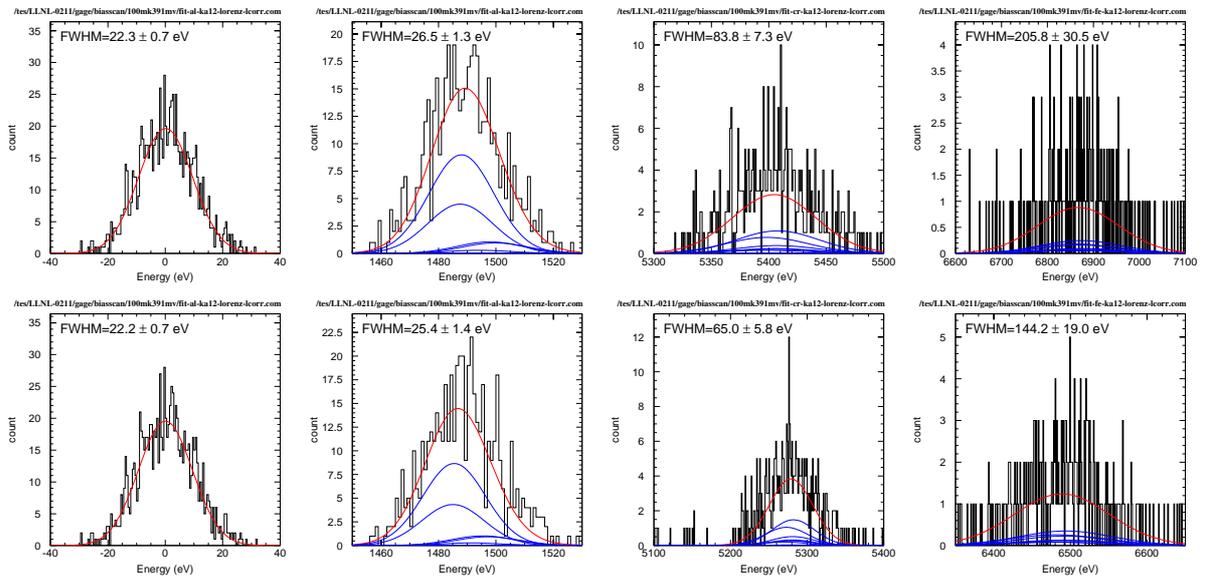


Fig. A.2: $V_b = 391$ mV

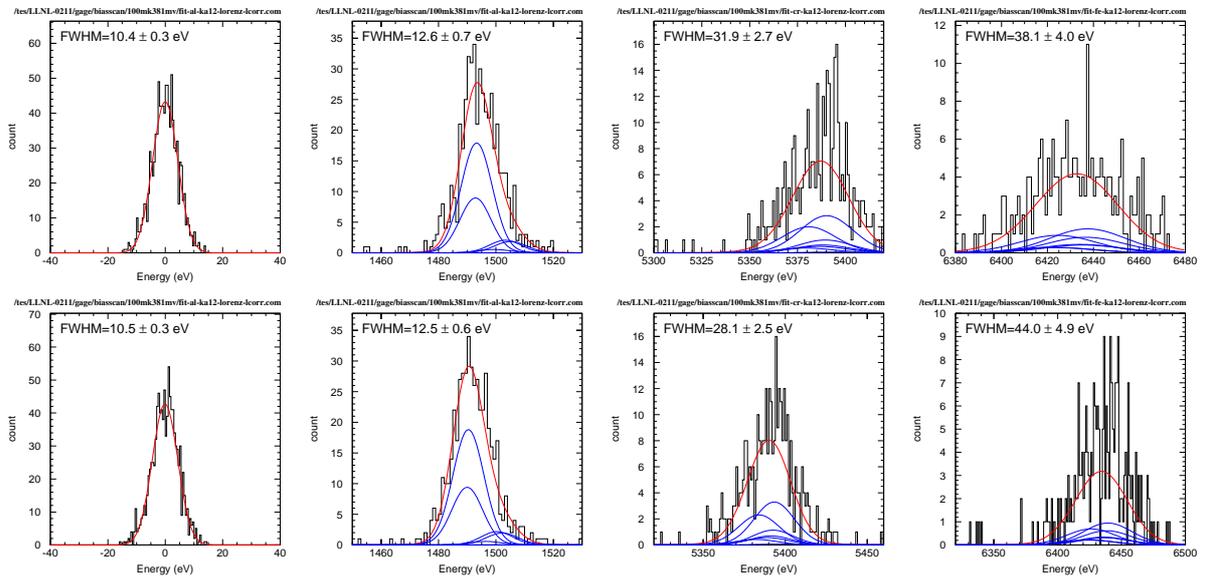
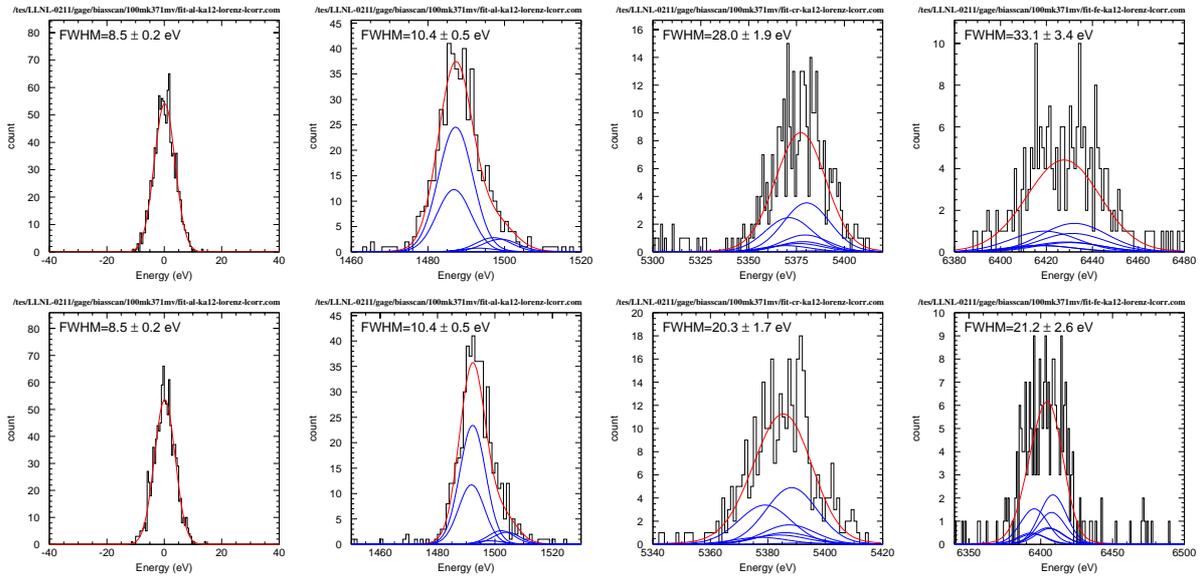
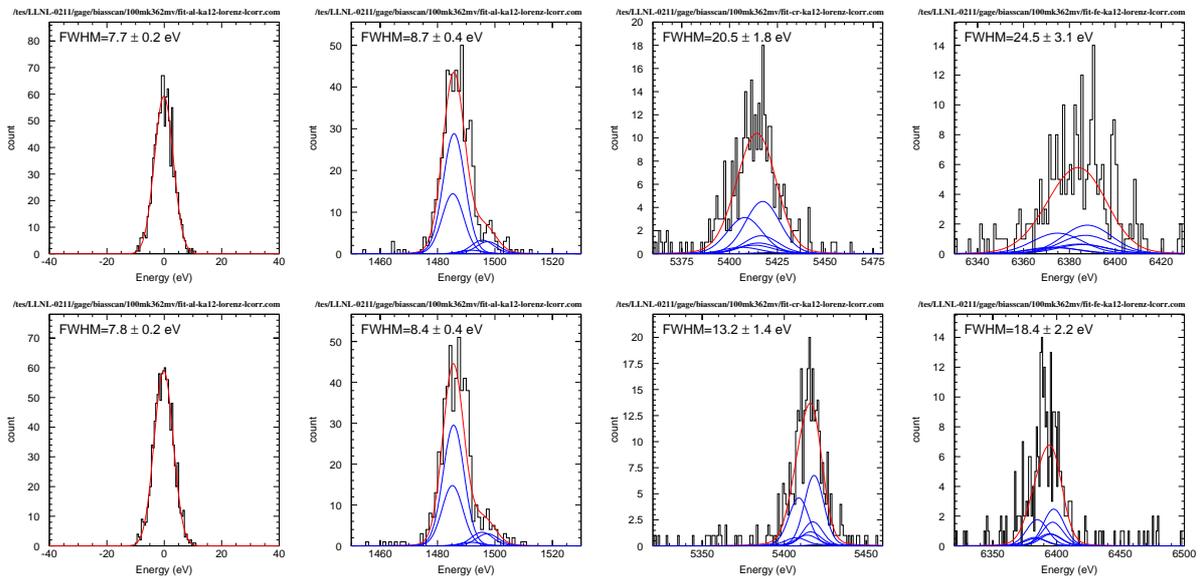
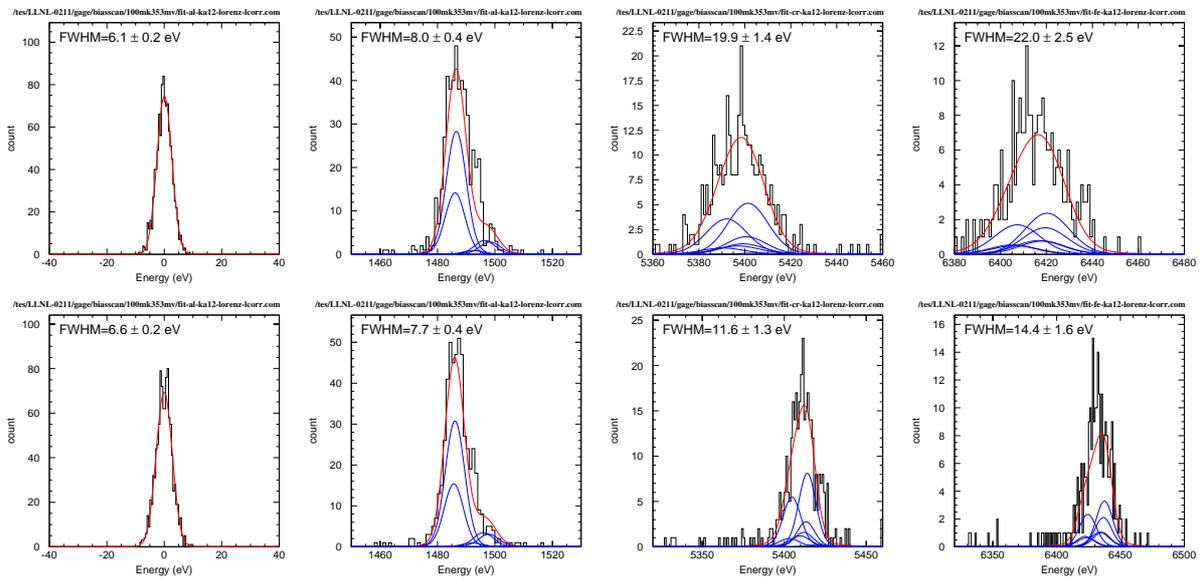
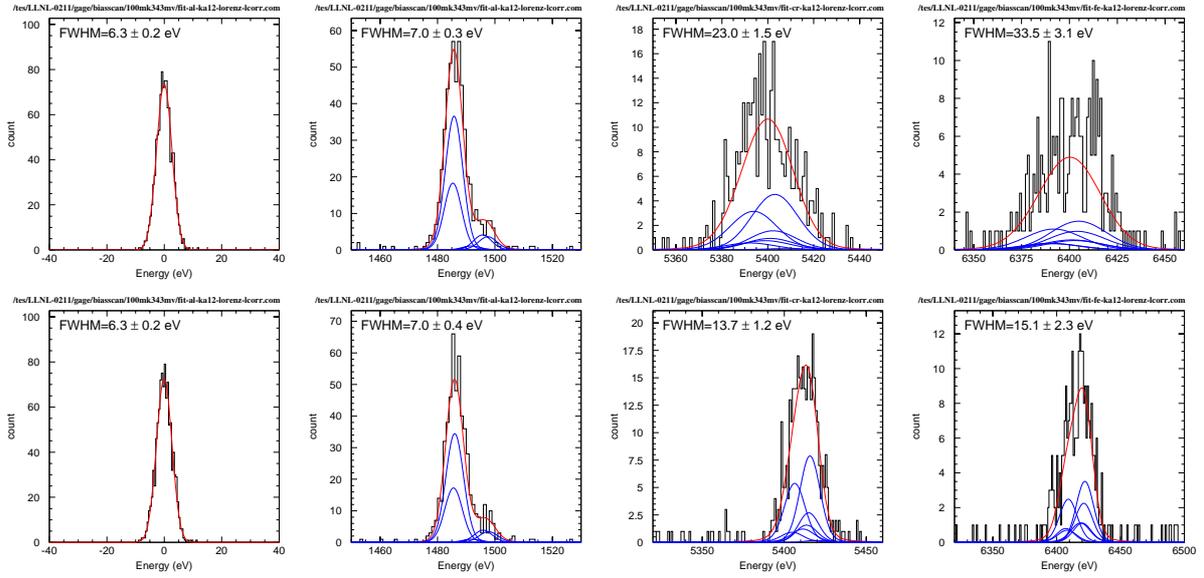
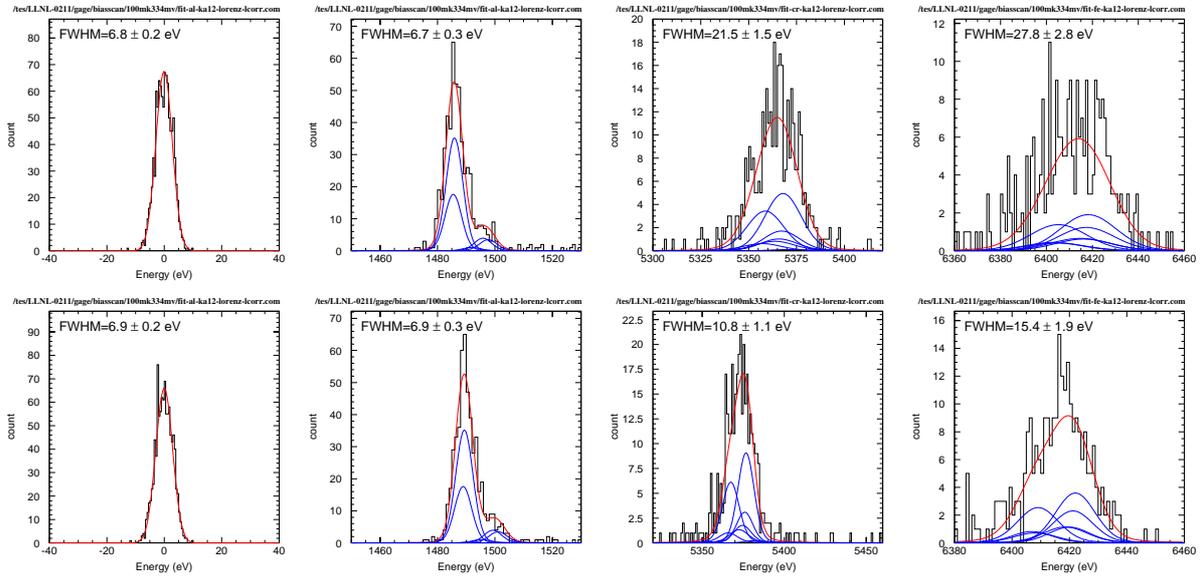
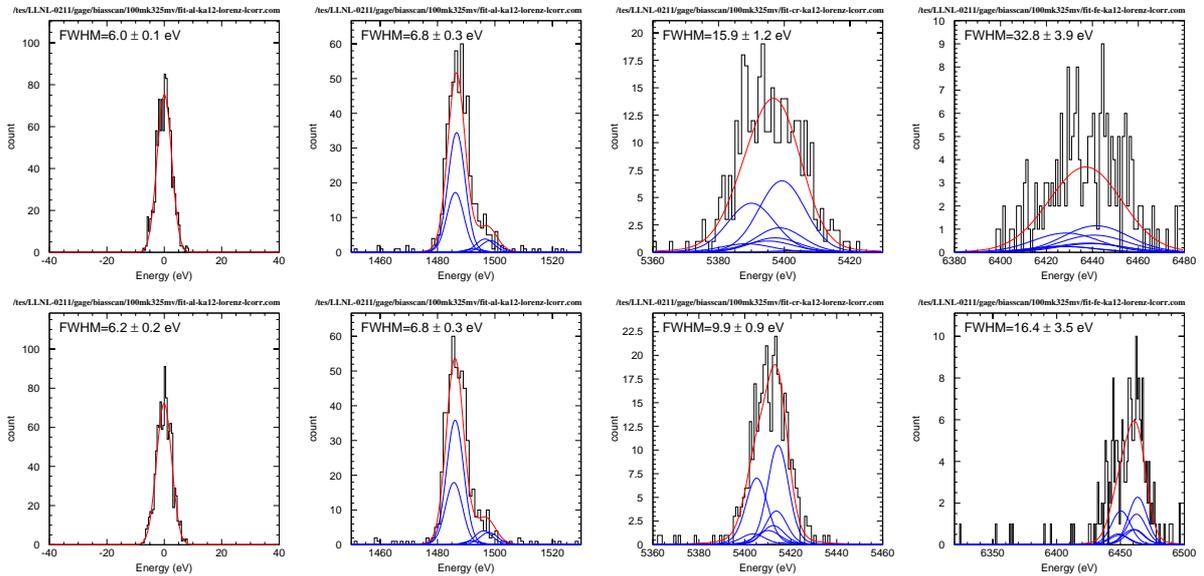
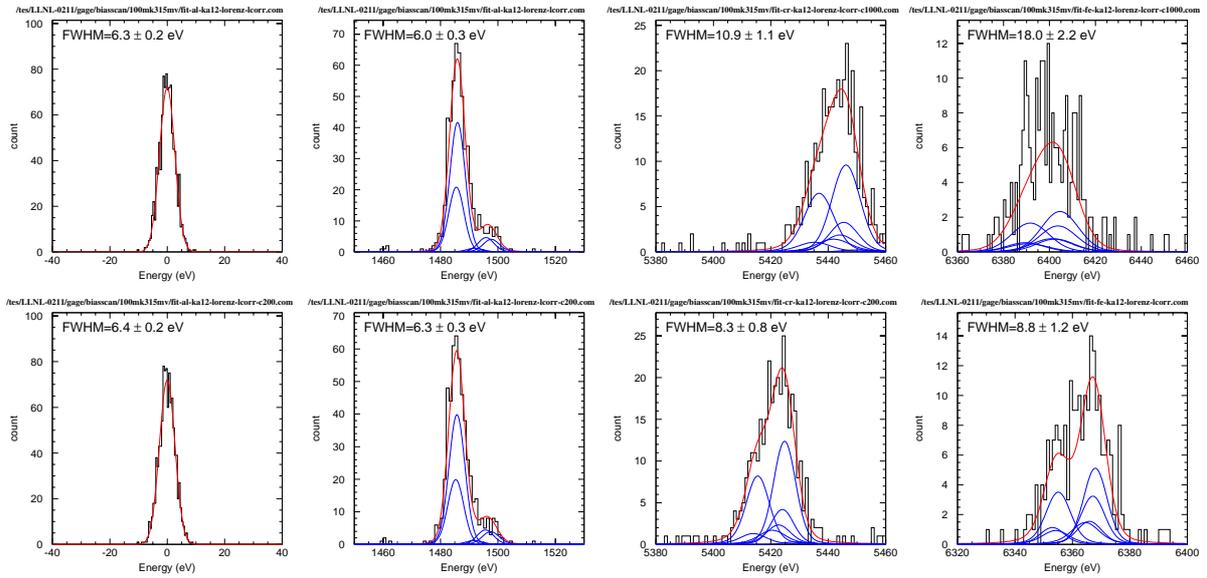
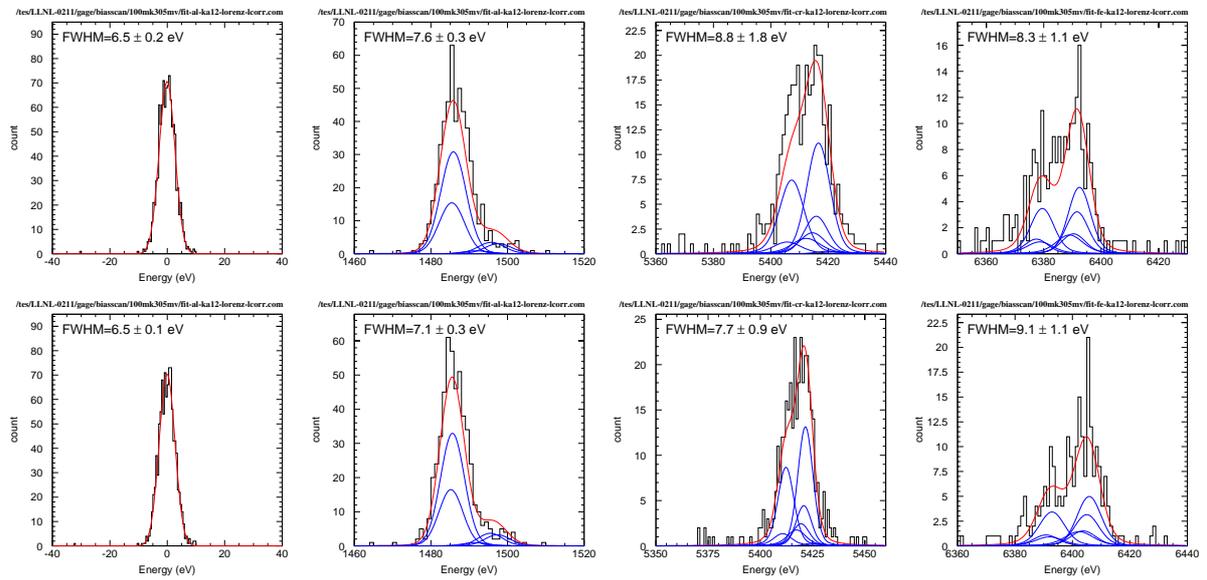
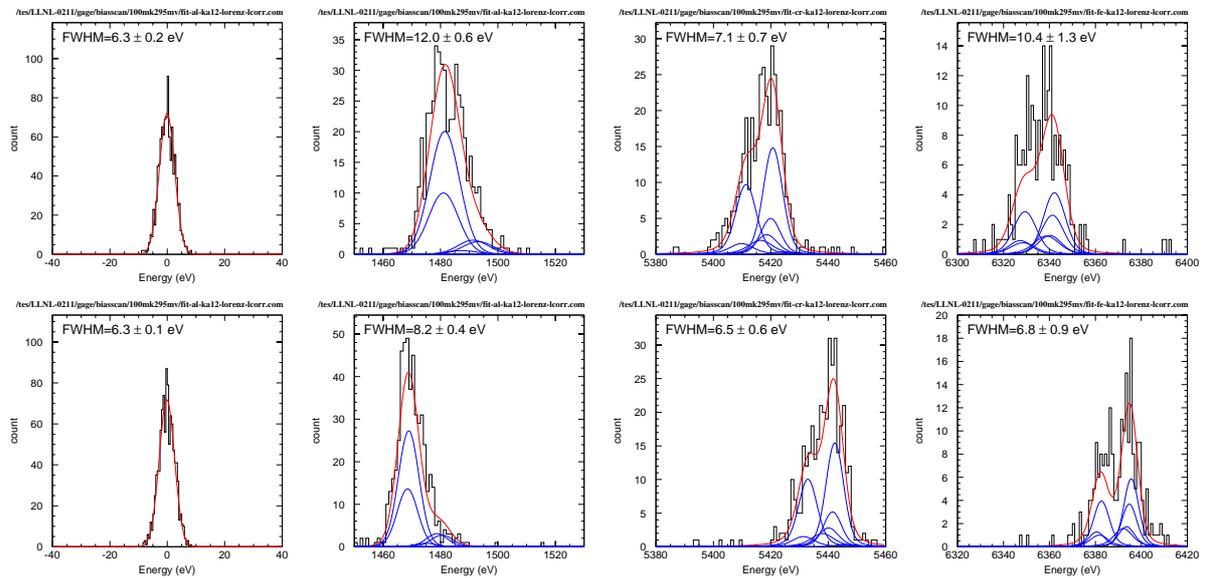


Fig. A.3: $V_b = 381$ mV

Fig. A.4: $V_b = 371$ mVFig. A.5: $V_b = 362$ mVFig. A.6: $V_b = 353$ mV

Fig. A.7: $V_b = 343$ mVFig. A.8: $V_b = 334$ mVFig. A.9: $V_b = 325$ mV

Fig. A.10: $V_b = 315$ mVFig. A.11: $V_b = 305$ mVFig. A.12: $V_b = 295$ mV

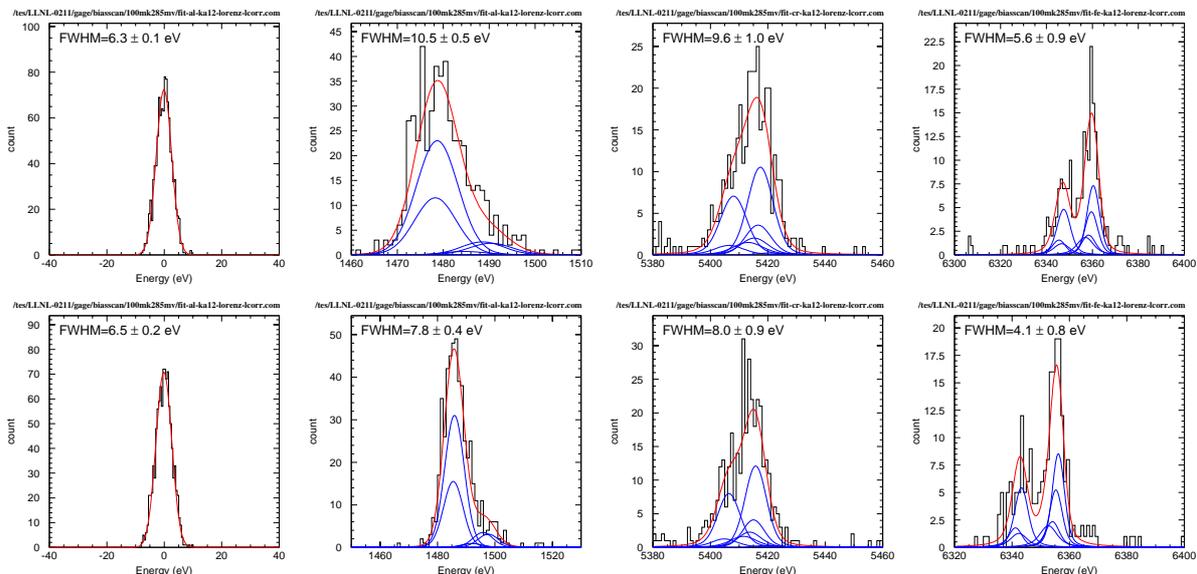


Fig. A.13: $V_b = 285$ mV

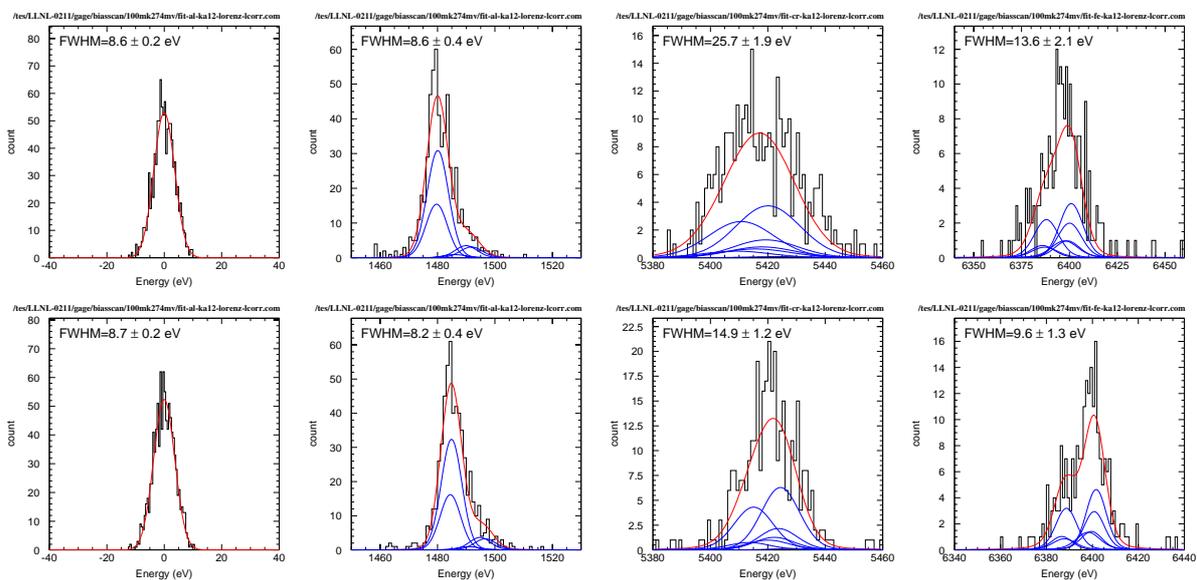


Fig. A.14: $V_b = 274$ mV

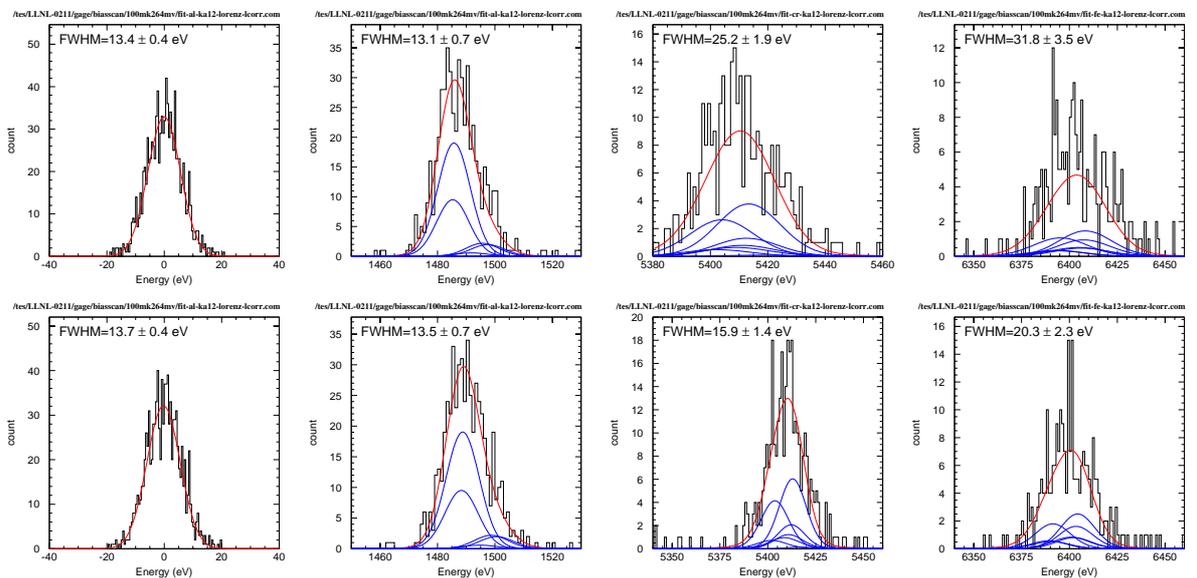
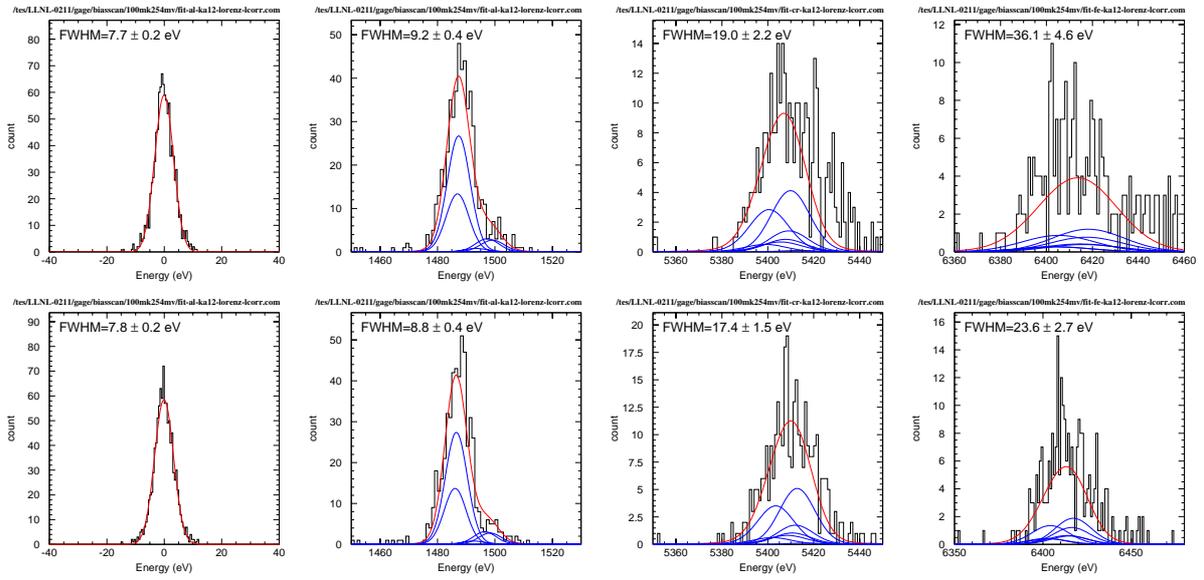
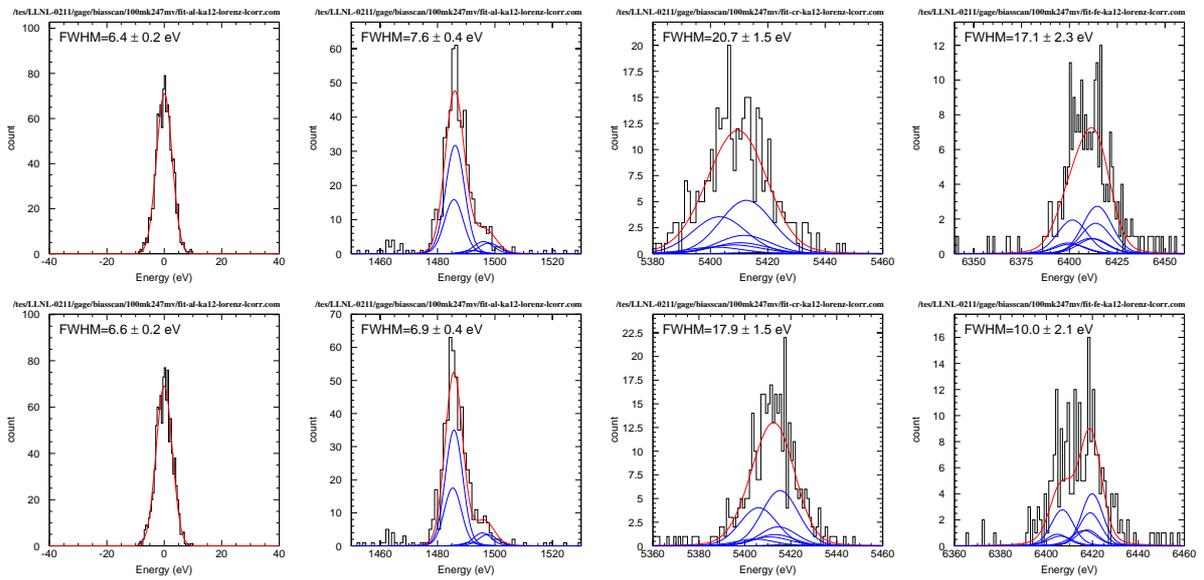
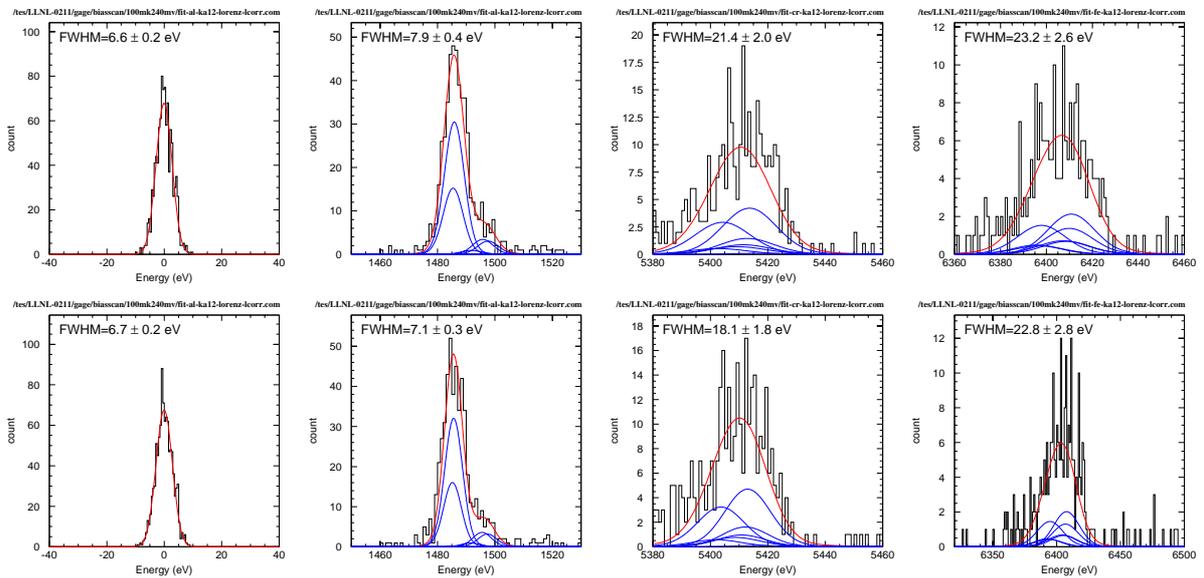
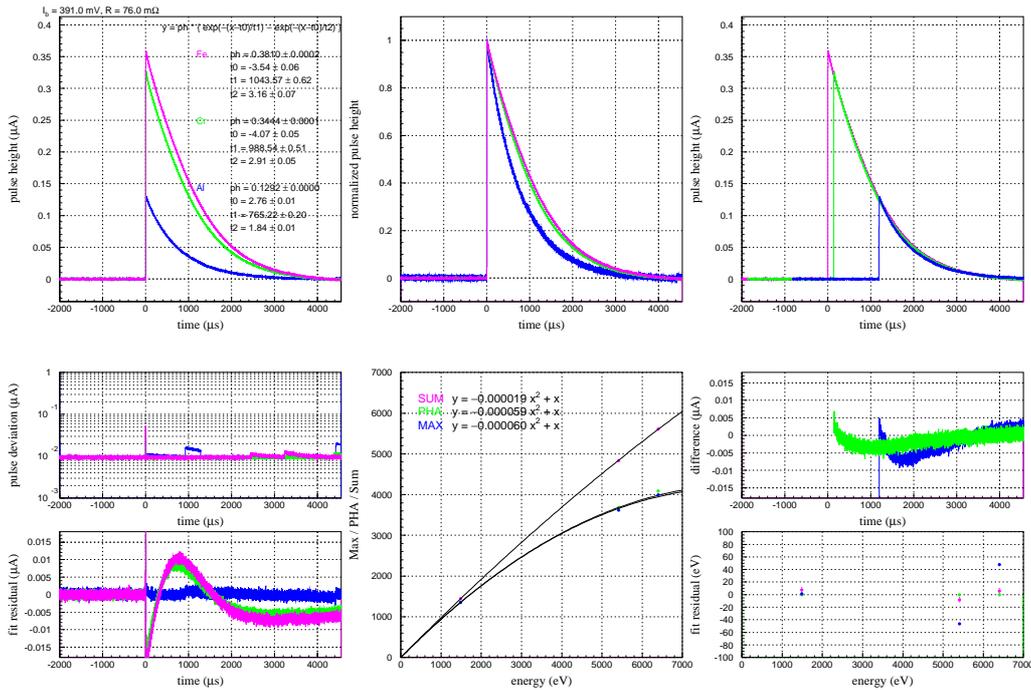


Fig. A.15: $V_b = 264$ mV

Fig. A.16: $V_b = 254$ mVFig. A.17: $V_b = 247$ mVFig. A.18: $V_b = 240$ mV

A.2.1 Average pulse

Upper left: Average pulses of Fe (magenta), Cr (green) and Al (blue), fitted by double exponential of eq (5.41), and the best fit values are written in the panel. In averaging, only the X-ray pulse in the Al-K α , Cr-K α and Fe-K α energy band (within twice FWHM for energy spectra shown in Fig. 5.51, Fig. 5.52 and Fig. 5.53, respectively) were selected. Center left: The standard deviation of pulse, calculated for each sampling bin. Lower left: Double exponential fit residuals for the upper left panel. Upper center: Average pulses of Fe, Cr and Al with their pulse heights normalized to 1.0. It is apparent that the fall time becomes longer as the incident energy goes up. Upper right: Average pulses with Al and Cr pulses shifted horizontally to match their pulse height maximum on the falling tail of the Fe pulse. Center right: The differences of Fe pulse for the upper right panel. Lower center: The energy dependences of *SUM* (magenta), *PHA* (green) and *MAX* (blue), and the fit result. *SUM* is the integral of a pulse, *MAX* is the maximum of a pulse. All of them decline at higher energy, though its degree is the smallest for *SUM*. Lower right: fit residuals for the lower center panel.

Fig. A.19: average pulses 1. $I_b = 391 \mu\text{A}$.

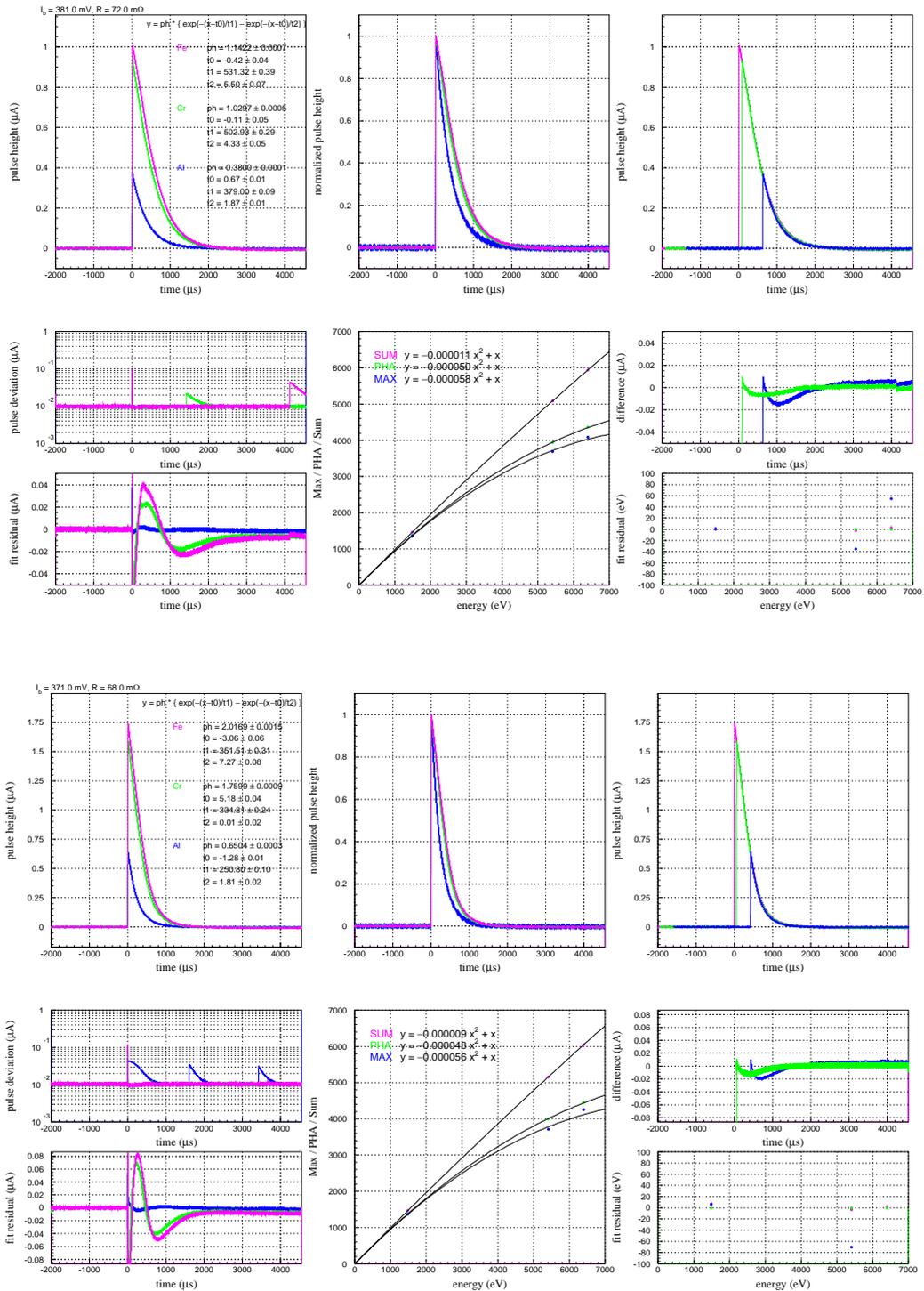


Fig. A.20: average pulses 2. Upper: $I_b = 381 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 371 \mu\text{A}$.

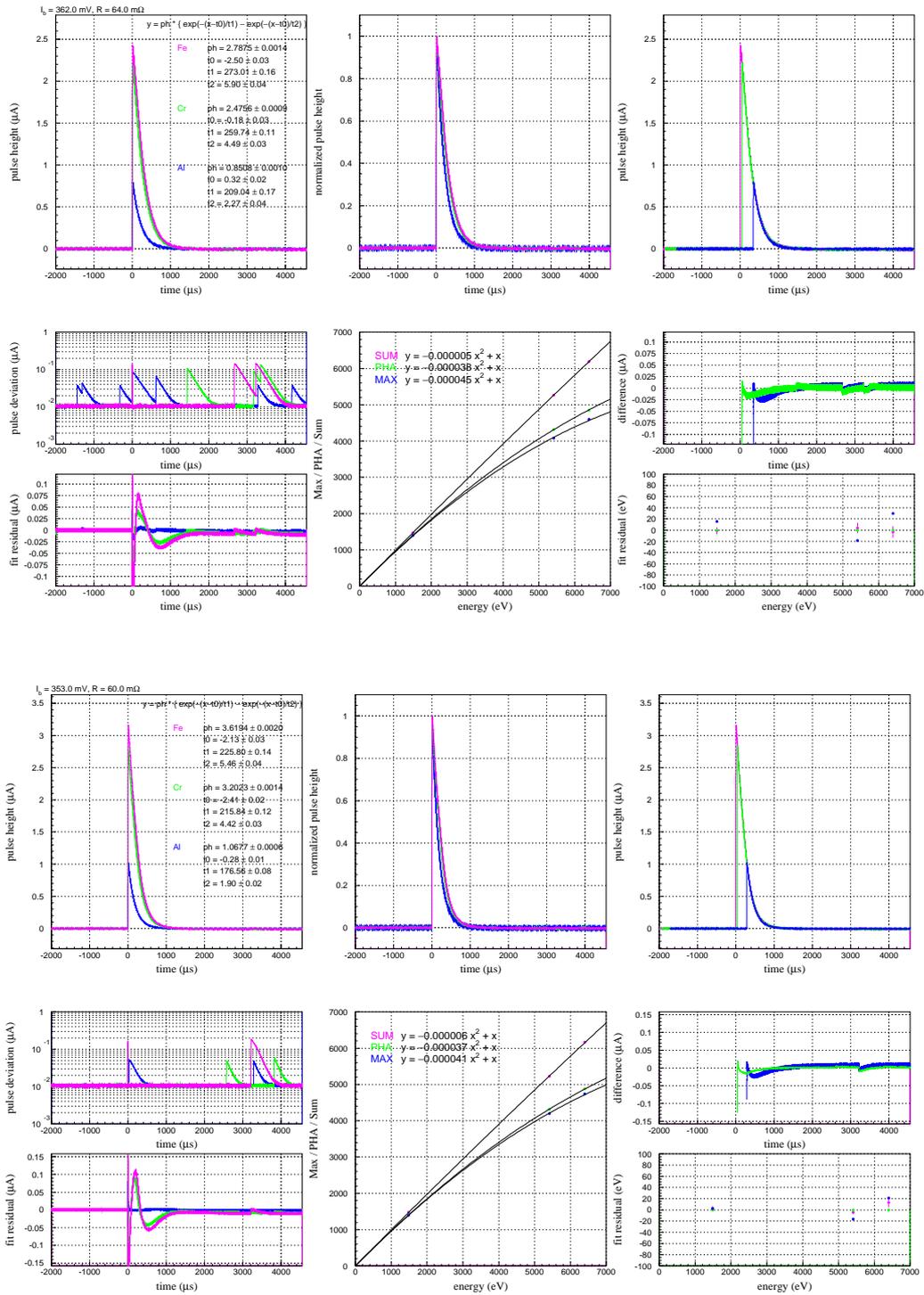


Fig. A.21: average pulses 3. Upper: $I_b = 362 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 353 \mu\text{A}$.

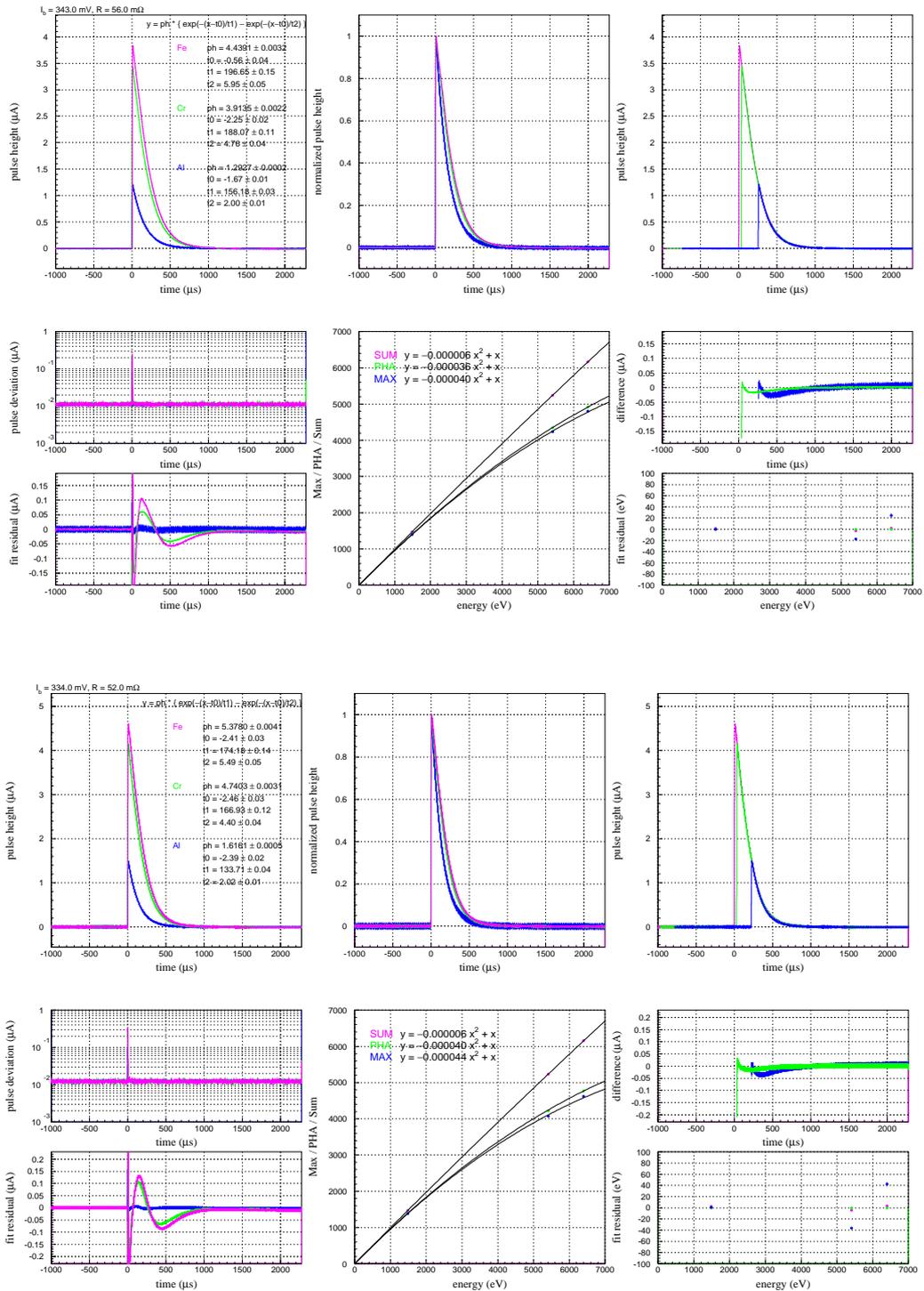


Fig. A.22: average pulses 4. Upper: $I_b = 343 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 334 \mu\text{A}$.

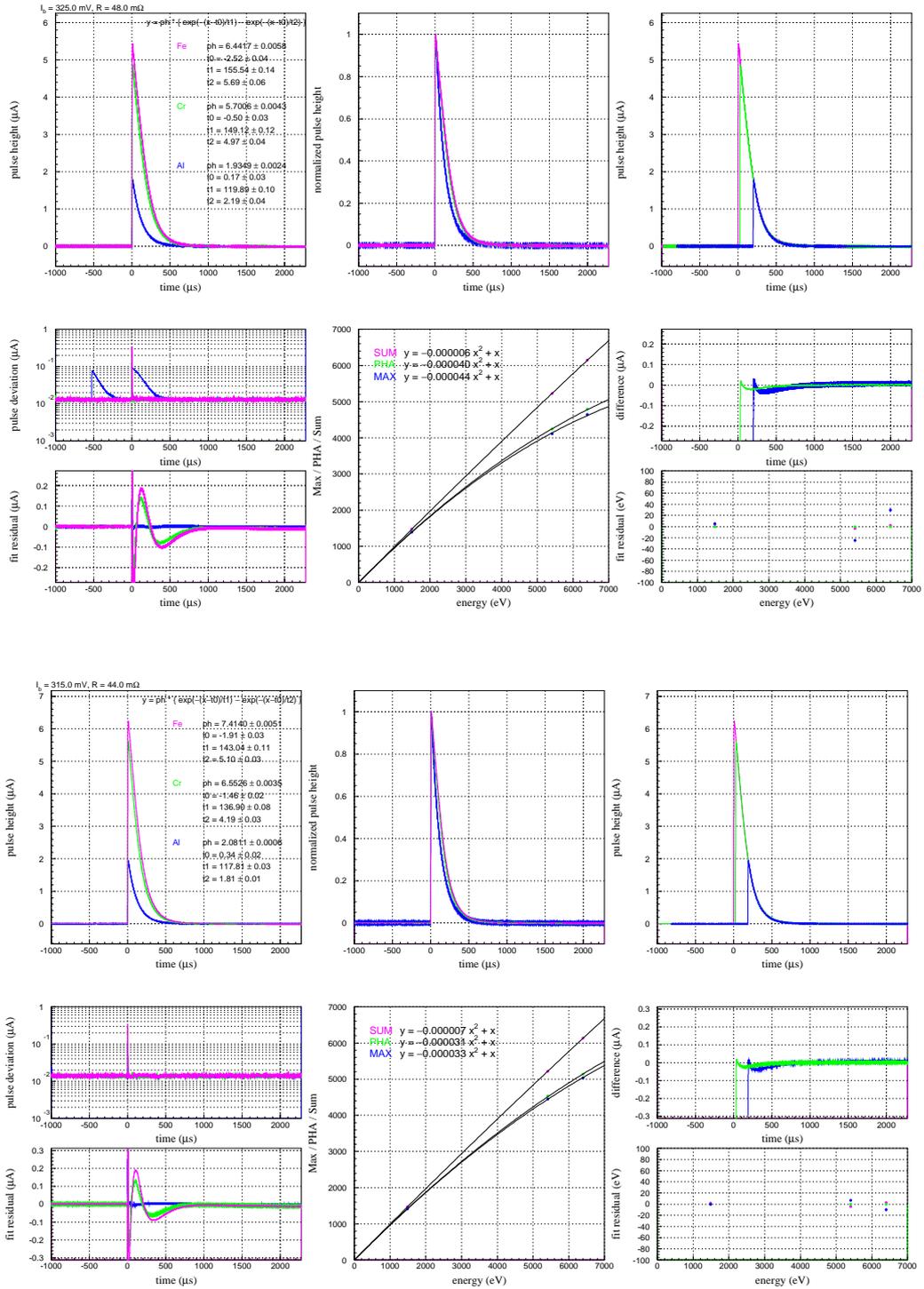


Fig. A.23: average pulses 5. Upper: $I_b = 325 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 315 \mu\text{A}$.

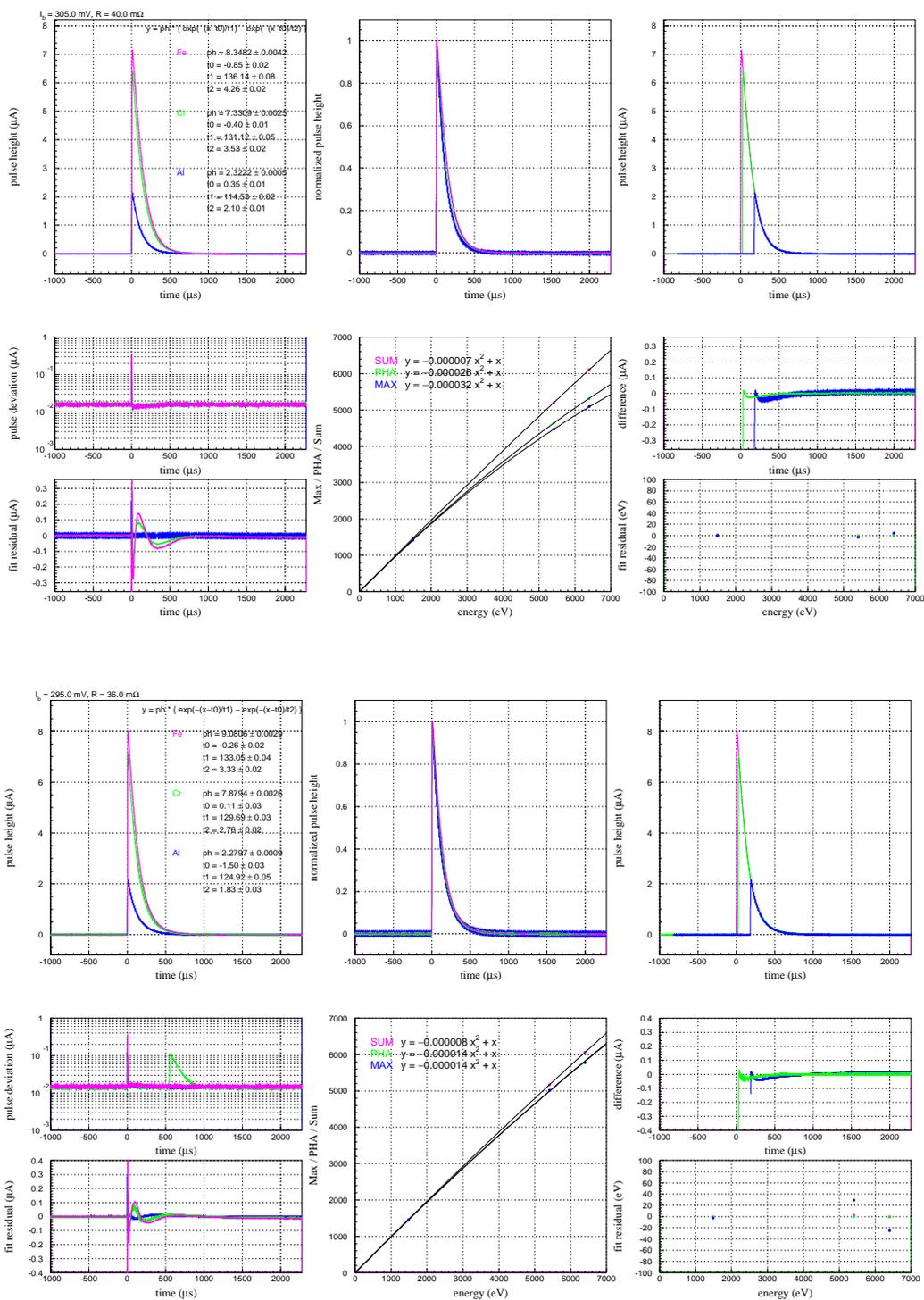


Fig. A.24: average pulses 6. Upper: $I_b = 305 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 295 \mu\text{A}$.

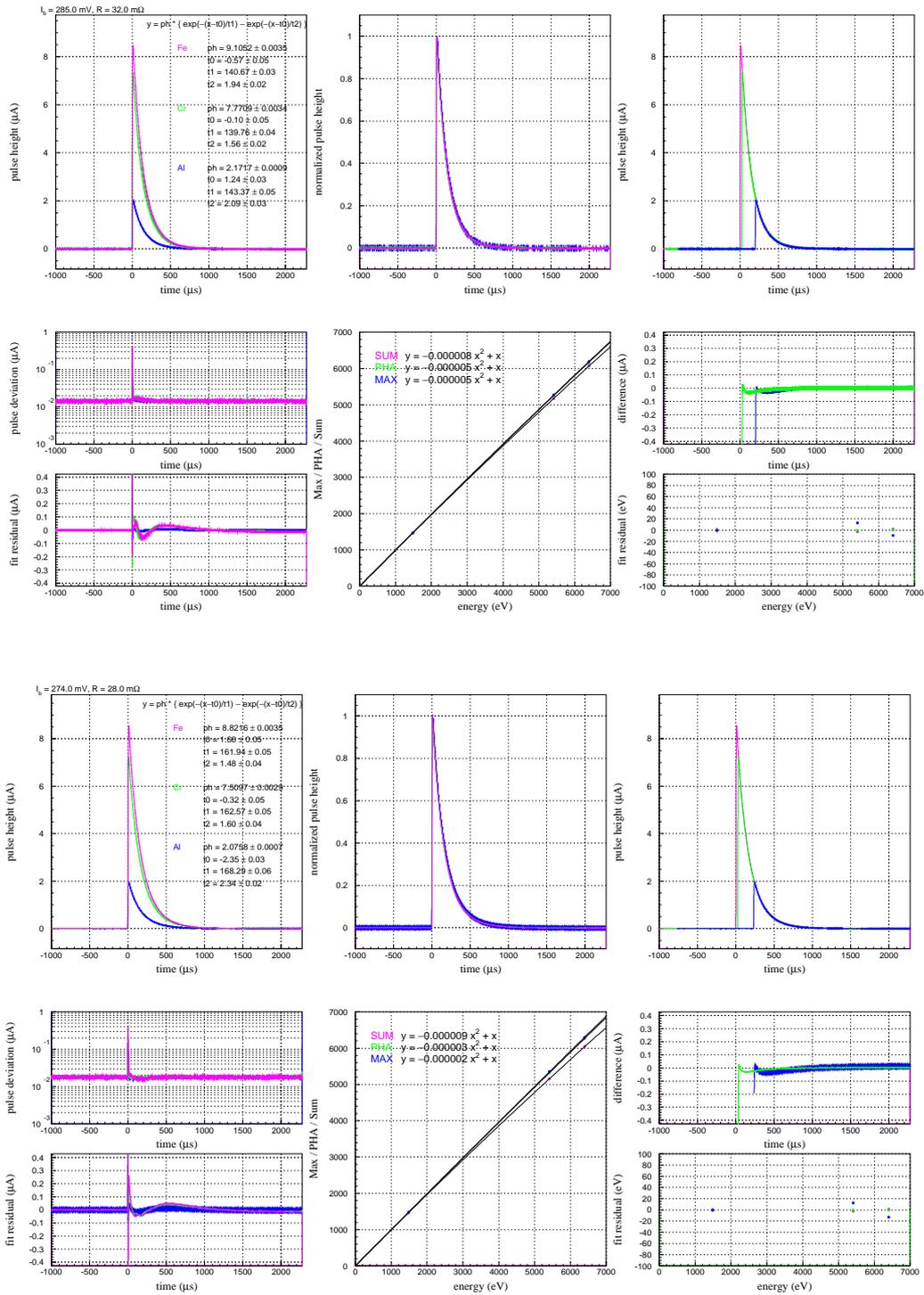


Fig. A.25: average pulses 7. Upper: $I_b = 285 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 274 \mu\text{A}$.

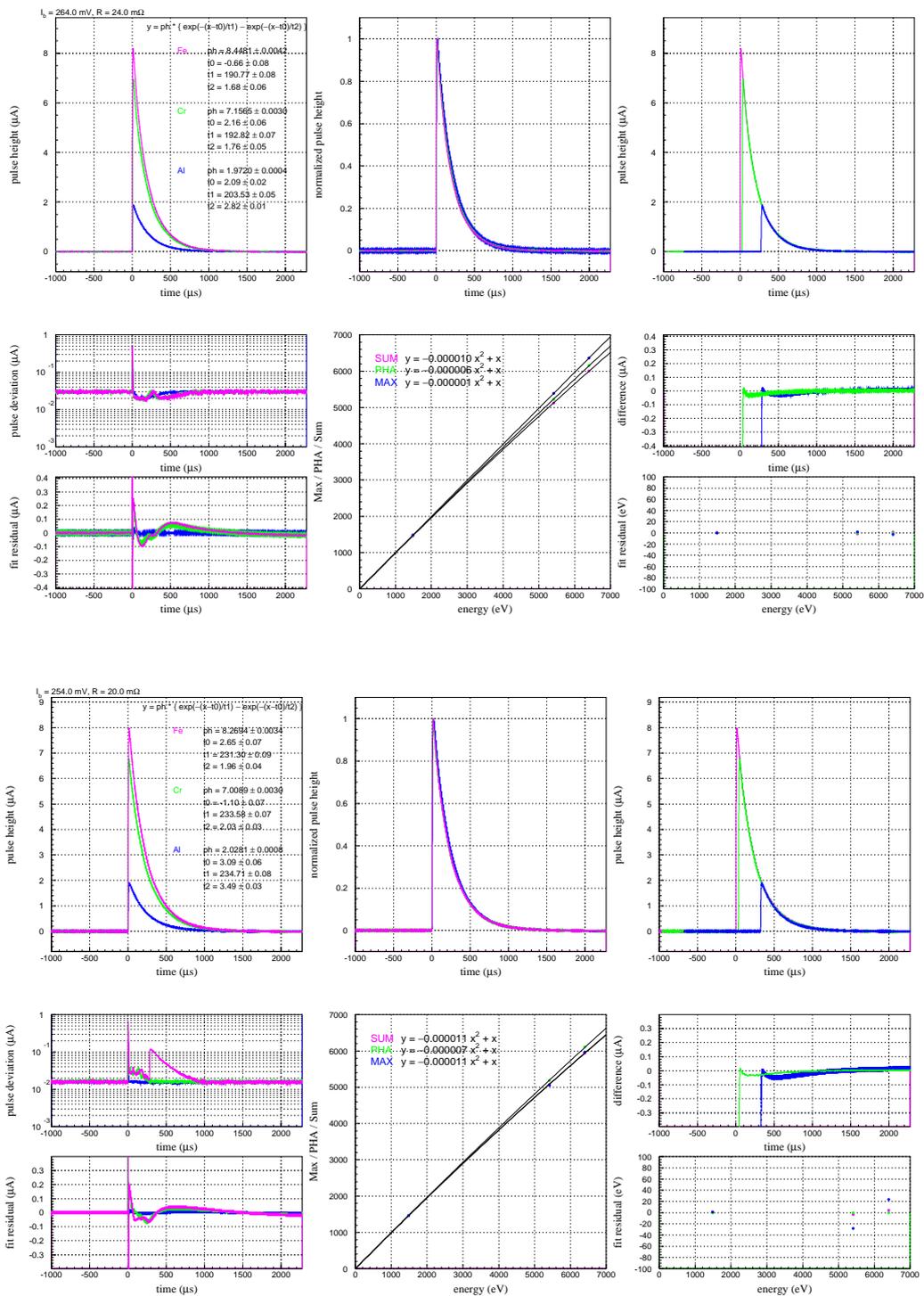


Fig. A.26: average pulses 8. Upper: $I_b = 264 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 254 \mu\text{A}$.

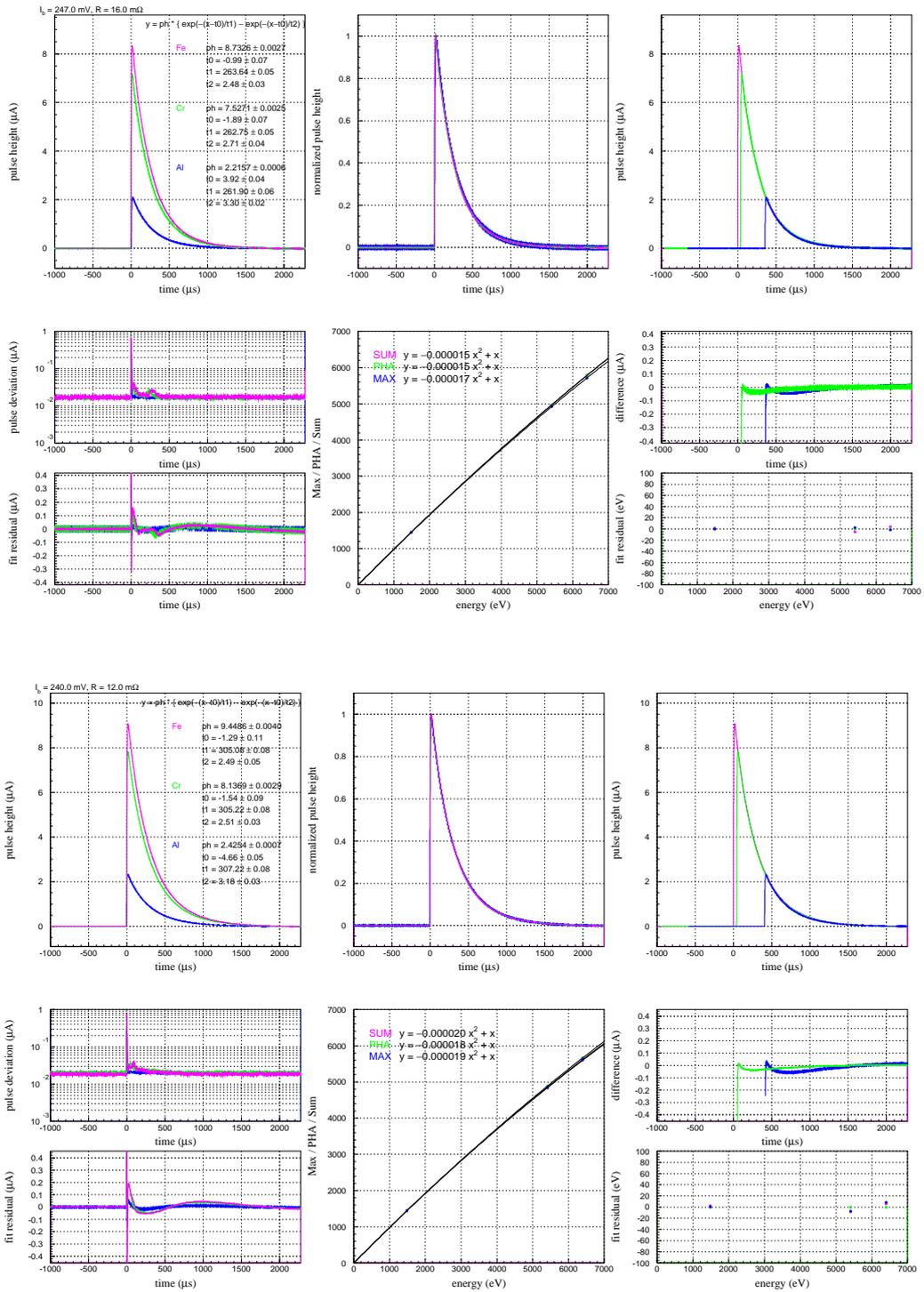


Fig. A.27: average pulses 9. Upper: $I_b = 247 \mu\text{A}$, Lower: $I_b = 240 \mu\text{A}$.

A.2.2 Linearity correction by fourth order polynomial

Upper panels: Relations between energy and pulse height fitted by fourth order polynomial of eq. (5.85) passing the origin of the coordinates, and the best fit values are written in the panels. In the fitting, Al-K α , Cr-K α , Fe-K α (red circle) are used, and Al-K β , K-K α , Cr-K β and Fe-K β lines (blue circle) are plotted only for reference. Lower: fit residuals. The cut-off frequency for the optimum filtering is 60 kHz for all operating points.

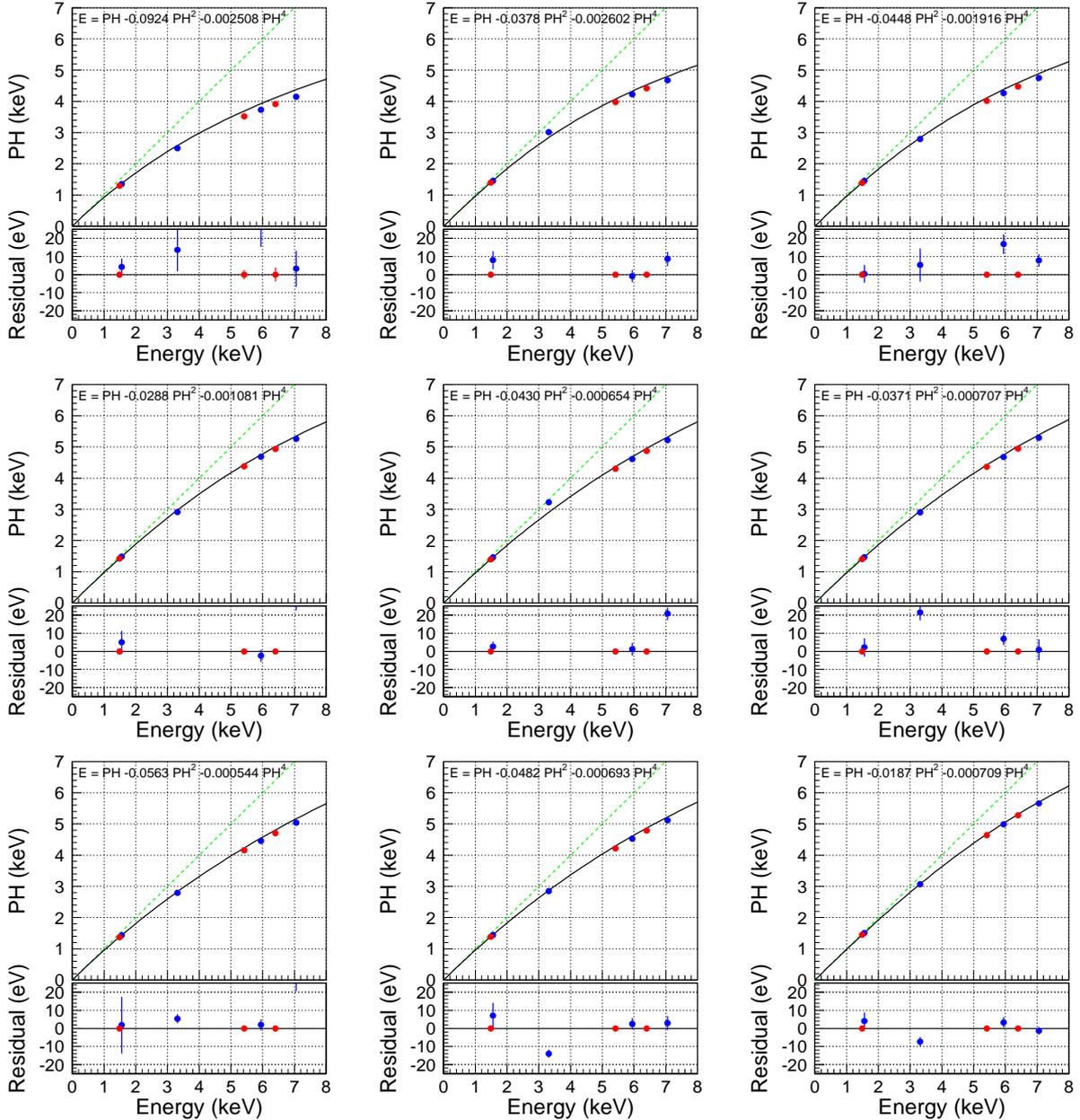


Fig. A.28: Upper: The operating points are $R = 76.0$, 72.0 and 68.0 m Ω , from left to right. Center: The operating points are $R = 64.0$, 60.0 and 56.0 m Ω , from left to right. Lower: The operating points are $R = 52.0$, 48.0 and 44.0 m Ω , from left to right.

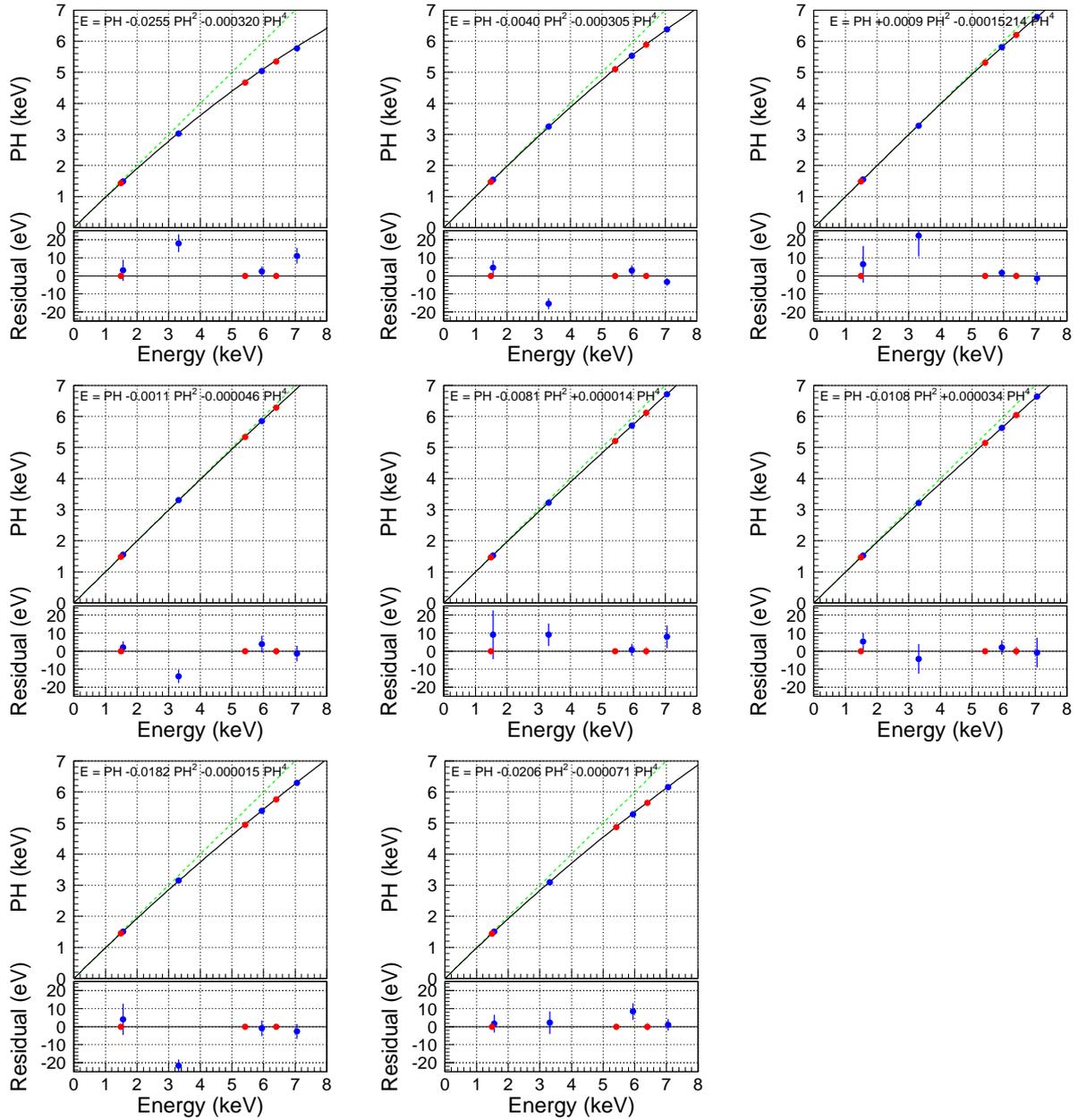


Fig. A.29: Upper: The operating points are $R = 40.0, 36.0$ and $32.0 \text{ m}\Omega$, from left to right. Center: The operating points are $R = 28.0, 24.0$ and $20.0 \text{ m}\Omega$, from left to right. Lower: The operating points are $R = 16.0$ and $12.0 \text{ m}\Omega$, from left to right.

A.2.3 Energy resolution after correction by fourth order polynomial (Likelihood fitting).

Table A.13: Energy resolution after correction by fourth order polynomial of eq. (5.85). All of them are derived with the Likelihood fitting considering the natural widths of $K\alpha_1$ and $K\alpha_2$ lines. The cut-off frequency for the optimum filtering is 60 kHz for all operating points.

V_b [mV]	R [m Ω]	ΔE_0 [eV]	ΔE_{Al} [eV]	ΔE_{Cr} [eV]	ΔE_{Fe} [eV]
391.0	76.0	21.4 ± 0.6	29.1 ± 1.1	61.1 ± 6.5	71.5 ± 13.4
381.0	72.0	10.3 ± 0.3	13.4 ± 0.6	32.1 ± 1.8	36.6 ± 2.8
371.0	68.0	8.4 ± 0.2	10.8 ± 0.5	23.9 ± 1.4	24.1 ± 2.2
362.0	64.0	7.6 ± 0.2	8.8 ± 0.4	19.1 ± 1.4	23.6 ± 0.2
353.0	60.0	6.3 ± 0.2	8.6 ± 0.4	16.5 ± 1.2	17.4 ± 1.7
343.0	56.0	6.3 ± 0.2	7.2 ± 0.3	15.4 ± 1.1	18.1 ± 1.6
334.0	52.0	6.6 ± 0.2	7.2 ± 0.3	14.6 ± 1.2	17.4 ± 1.7
325.0	48.0	6.1 ± 0.2	7.1 ± 0.3	10.3 ± 1.0	19.0 ± 2.4
315.0	44.0	6.5 ± 0.2	6.4 ± 0.3	9.9 ± 0.9	12.8 ± 1.4
305.0	40.0	6.5 ± 0.2	7.1 ± 0.3	10.5 ± 1.1	10.0 ± 1.1
295.0	36.0	6.4 ± 0.1	8.7 ± 0.4	7.4 ± 0.7	8.9 ± 1.4
285.0	32.0	6.5 ± 0.2	8.2 ± 0.5	9.4 ± 1.0	5.7 ± 0.9
274.0	28.0	8.7 ± 0.2	8.8 ± 0.5	16.0 ± 1.1	11.3 ± 1.4
264.0	24.0	13.5 ± 0.4	14.5 ± 0.6	18.8 ± 1.3	22.9 ± 1.9
254.0	20.0	7.8 ± 0.2	9.5 ± 0.3	20.2 ± 1.4	23.8 ± 1.8
247.0	16.0	6.6 ± 0.2	7.7 ± 0.4	18.8 ± 1.3	14.3 ± 1.6
240.0	12.0	6.7 ± 0.2	8.6 ± 0.4	25.5 ± 1.6	26.7 ± 2.2

Appendix B

X-RAY ENERGIES AND NATURAL WIDTHS

Table B.1: Al-K α [25], Mn-K α , Mn-K β , Cr-K α and Fe-K α [24] emission lines. In the fitting of energy spectra the Al-K α (§ 5.6.2), Al-K α_5 and Al-K α_6 was neglected.

element	peak	energy (eV)	natural width (eV)	amplitudes	relative intensities	
Al	α_1	1486.94	0.43		1.0	
	α_2	1486.52	0.43		0.5	
	α'	1492.94	1.34		0.033	
	α_3	1496.85	0.96		0.12	
	α_4	1498.70	1.25		0.11	
	α_5	1507.4	1.5		0.07	
	α_6	1510.9	0.9		0.05	
element	peak	energy (eV)	natural width (eV)	amplitudes	integrated intensities	
Cr	α_{11}	5414.874(2)	1.457(2)	0.822(2)	0.378	
	α_{12}	5414.099(6)	1.760(7)	0.237(2)	0.132	
	α_{13}	5412.745(16)	3.138(20)	0.085(1)	0.084	
	α_{14}	5410.583(30)	5.149(51)	0.045(1)	0.073	
	α_{15}	5418.304(38)	1.988(58)	0.015(1)	0.009	
	α_{21}	5405.551(3)	2.224(4)	0.386(1)	0.271	
	α_{22}	5403.986(3)	4.740(50)	0.036(1)	0.054	
	Mn	α_{11}	5898.853(2)	1.715(2)	0.790(2)	0.353
α_{12}		5897.867(6)	2.043(7)	0.264(2)	0.141	
α_{13}		5894.829(22)	4.499(33)	0.068(1)	0.079	
α_{14}		5896.532(15)	2.663(20)	0.096(1)	0.066	
α_{15}		5899.417(17)	0.969(20)	0.007(3)	0.005	
α_{21}		5887.743(3)	2.361(3)	0.372(2)	0.229	
α_{22}		5886.495(13)	4.216(21)	0.010(1)	0.110	
		β_a	6490.89(1)	1.83(1)	0.608(5)	0.254
		β_b	6486.31(7)	9.40(9)	0.109(2)	0.234
		β_c	6477.73(8)	13.22(15)	0.077(1)	0.234
		β_d	6490.06(2)	1.81(2)	0.397(5)	0.164
		β_e	6488.83(3)	2.81(4)	0.176(4)	0.114
Fe		α_{11}	6404.148(2)	1.613(3)	0.697(2)	0.278
	α_{12}	6403.295(4)	1.965(5)	0.376(2)	0.182	
	α_{13}	6400.653(19)	4.833(26)	0.088(1)	0.106	
	α_{14}	6402.077(12)	2.803(15)	0.136(1)	0.094	
	α_{21}	6391.190(4)	2.487(6)	0.339(1)	0.207	
	α_{22}	6389.106(22)	2.339(19)	0.060(1)	0.066	
	α_{23}	6390.275(33)	4.433(12)	0.102(1)	0.065	

Appendix C

ACKNOWLEDGEMENT

本研究を進めるにあたり、本当にさまざまな機関の多くの方々に御指導・御協力を頂き、またご迷惑をお掛けしました。ここで、少しではありますが、感謝の気持ちを述べさせていただきます。

まず、本研究室の指導教官である大橋隆哉先生には、いつも温かい目で実験その他を気にかけていただき（忙しい中毎日のように教室を見回ってくれる包容力のある先生はそういないと思います。）たくさんのご迷惑をおかけしました。また天文学全般の質問やその他多くの相談などの際には、お忙しい中丁寧に多くの助言を頂きました。大変感謝しています。

この修論の完成には石崎さんいなくてはありえません。石崎さんには、実験全般はもちろんのこと、レポートやトラペの書き方から計算機関連など何から何までご指導して頂きました。他に、実験に対する心構えについても非常に参考になり、例えば細かすぎるほど深く追求していく姿勢や、無理だと思ってもやり遂げてしまうそのパワーやあきらめない姿勢に驚かされることもしばしばでした。私は知識さえもまだまだ乏しく本当にご迷惑お掛けしましたが、これからもよろしくお願いします。

また、石田先生や山崎先生からも多くの助言を頂きました。特に石田先生には、天文の解析の進め方、結果から予想される物理現象やその面白さまで丁寧に教えていただきました。修論と重なって進めることができなくなってしまい、ご迷惑お掛けしました。

宇宙科学研究所の満田先生、藤本さんには、いつも厳しいご意見を頂き非常に参考になりました。同研究所の伊豫本さん、大島さんにもその豊富な知識によるフォローをたくさん頂きました。また、竹井君とは、一緒に都立大で実験を手伝ってもらったり、議論したりさせていただきました。竹井君のアドバイスはいつも非常に参考になり、同じ同級生として見習っていきたくらいとも思っています。

同級生の篠崎君、早川君とは、天文学や実験関連で質問しあったり、夜中雑談を交わしてよい気分転換ができました。その他、同級生ということで何かとお世話かけたことも多かったと思います。これからも良き目標、また良き友達でいましょう。

共同実験者である古賀君には、修論を書く間ずっと実験をしていただきました。いたらない先輩ですが、これからもよろしくお願いします。石川輝さん、佐藤君、井上君にも時々助言を頂きました。広池さんには実験や天文学を基礎から丁寧に教えて頂きました。

Miyazaki-san, Stephan-san, and Stephane-san at LLNL, I can hardly thank you enough for your help at LLNL. I was unable to speak English well, nevertheless you taught me the way of experiments complaisantly. The experiments and discussions at LLNL was a good experience for me. I appreciate you excellent comments to improve my master thesis.

秘書の川上さん、高嶋さんには旅費や提出物関連で大変お世話になりました。毎回書類の提出が遅

くなってしまう、ご迷惑をお掛けしました。

その他 TES カロリメータ開発に携わった多くの皆様に深く感謝致します。本当にありがとうございました。

References

- [1] K.D.Irwin, G.C.Hilton, J.M.Martinis, S.Deiker, N.Bergren, S.W.Nam, D.A.Rudman, and D.A.Wollman, “A mo-cu superconducting transition-edge microcalorimeter with 4.5ev energy resolution at 6kev,” *NIMA* **444**, p. 184, 2000.
- [2] W.M.B.Tiest, H.F.C.Hoevers, W.A.Mels, M.L.Ridder, M.P.Bruijn, P. Korte, and M.E.Huber, “Performance of x-ray microcalorimeters with an energy resolution below 4.5 ev and 100 μ s response time,” in *AIP Conference Proceedings*, F.S.Porter, D.McCammon, M.Galeazzi, and C.K.Stahle, eds., *Proc. Low Temperature Detectors* **605**, p. 199, 2002.
- [3] R.Fujimoto, K.Mitsuda, N.Iyomoto, M.D.Audley, T.Miyazaki, T.Oshima, M.Yamazaki, K.Futamoto, Y.Takei, Y.Ishisaki, T.Kagei, T.Hiroike, U.Morita, T.Ohashi, N.Y.Yamasaki, A.Kushino, H.Kudo, H.Sato, T.Nakaura, E.Goto, S.Shoji, T.Homma, T.Osaka, Y.Kuroda, M.Onishi, M.Goto, K.Tanaka, T.Morooka, S.Nakayama, and K.Chinone, “Status of x-ray microcalorimeter development at isas,” in *AIP Conference Proceedings*, F.S.Porter, D.McCammon, M.Galeazzi, and C.K.Stahle, eds., *Proc. Low Temperature Detectors* **605**, p. 231, 2002.
- [4] R.Fujimoto, K.Mitsuda, N.Iyomoto, T.Miyazaki, T.Oshima, K.Futamoto, Y.Takei, Y.Ishisaki, T.Hiroike, U.Morita, T.Ohashi, N.Y.Yamasaki, A.Kushino, H.Kudo, H.Sato, T.Nakaura, T.Arakawa, S.Shoji, H.Sato, H.Kobayashi, T.Homma, T.Osaka, Y.Kuroda, M.Onishi, K.Otake, K.Tanaka, T.Morooka, S.Nakayama, and K.Chinone, “Development of x-ray microcalorimeters for future japanese x-ray astronomy missions,” *RIKEN Review* **47**, p. 30, 2002.
- [5] K.D.Irwin, “Phonon-mediated particle detection using superconducting tungsten transition-edge sensors,” *Ph. D thesis, Stanford Univ.* , 1995.
- [6] K.D.Irwin, S.W.Nam, B.Cabrera, B.Chugg, G.S.Park, R.P.Welty, and J.M.Martinis, “A self-biasing cryogenic particle detector utilizing electrothermal feedback and a squid read-out,” *IEEE. Trans. Appl. Supercond.* **5**, p. 2690, 1995.
- [7] Charles Kittel, “固体物理学入門 (上、下),” 丸善 , 1997.
- [8] 小林 俊一 訳 (M.Tinkham), “超伝導現象,” 産業図書 , 1981.
- [9] K.D.Irwin, “An application of electrothermal feedback for high resolution cryogenic particle detection,” *Appl.Phys.Lett.* **66**, p. 1998, 1995.

- [10] M.Yamazaki, “TES 型 X 線マイクロカロリメータの性能向上と撮像化を目指した研究,” *master thesis, Univ. of Tokyo*, 2000.
- [11] T.Oshima, “TES X 線マイクロカロリメータと SQUID アンプ読み出し系,” *master thesis, Univ. of Tokyo*, 2001.
- [12] R.Fujimoto, “digfilt パッケージにおけるスペクトルの定義,” *report*, 2002/12/25.
- [13] Y.Ishisaki, “digfilt のパルス / ノイズスペクトル出力の値について,” *report*, 2002/12/25.
- [14] J.C.Mather, “Bolometer noise: nonequilibrium theory,” *Appl. Opt.* **21**, p. 1125, 1982.
- [15] T.Miyazaki, “Pulse analysis of sii-14b,” *Report*, 2002/12/13.
- [16] S.H.Moseley, J.C.Mather, and D.McCammon, “Thermal detectors as x-ray spectrometers,” *J. Appl. Phys.* **56**, p. 1257, 1984.
- [17] K.Maegami, “Ti 薄膜を用いた X 線マイクロカロリメータの開発研究,” *master thesis, Univ. of Tokyo*, 1999.
- [18] K.Tanaka, T.Morooka, K.Chinone, M.Ukibe, F.Hirayama, M.Ohkubo, and M.Koyanagi, “Strong, easy-to-manufacture, transition edge x-ray sensor,” *Appl. Phys. Lett.* **77**, p. 4196, 2000.
- [19] 国立天文台 編, “理科年表,” 丸善, 2001.
- [20] T.Kagei, “Ti-Au 薄膜を用いたマイクロカロリメータによる X 線検出,” *master thesis, Tokyo Metropolitan Univ.*, 2001.
- [21] T.Hiroike, “Ti/Au 二層薄膜を用いた TES-ETF X 線マイクロカロリメータの研究開発,” *master thesis, Tokyo Metropolitan Univ.*, 2002.
- [22] 田沼 静一, “低温,” 共立出版, 1988.
- [23] T.Morooka, K.Tanaka, and K.Chinone, “High-current resolution broadband squid amplifier,” *IEEE. Trans. Appl. Supercond.*, accepted.
- [24] G.Hölzer, M.Fritsch, M.Deutsch, J.Härtwig, and E.Förster, “ $k\alpha_{1,2}$ and $k\beta_{1,3}$ x-ray emission lines of the 3d transition metals,” *Phys. Rev. A.* **56**(6), p. 4554, 1997.
- [25] D.A.Wollman, S.W.Nam, D.E.Newbury, G.C.Hilton, K.D.Irwin, N.F.Bergren, S.Deiker, D.A.Rudman, and J.M.Martinis, “Superconducting transition-edge-microcalorimeter x-ray spectrometer with 2 eV energy resolution at 1.5 keV,” *NIMA* **444**, p. 184, 2000.
- [26] T.Miyazaki, “ α calculations of tes,” *Report*, 2002/3/22.
- [27] D.T.L.Chow, “Superconducting high energy resolution gamma-ray spectrometers,” *Ph. D thesis, Univ. of California, Davis*, 2001.

- [28] Y.Takei, “超伝導遷移端 (TES 型)X 線マイクロカロリメータの熱的、電氣的応答とノイズ原因の物理的考察,” *master thesis, Univ. of Tokyo* , 2003.
- [29] Y.Ishisaki, U.Morita, T.Koga, K.Sato, T.Ohashi, K.Mitsuda, N.Y.Yamasaki, R.Fujimoto, N.Iyomoto, T.Oshima, K.Futamoto, Y.Takei, T.Ichitsubo, T.Fujimori, S.Shoji, H.Kudo, T.Nakamura, T.Arakawa, T.Osaka, T.Homma, H.Sato, H.Kobayashi, K.Mori, K.Tanaka, T.Morooka, S.Nakayama, K.Chinone, Y.Kuroda, M.Onishi, and K.Otake, “Present performance of a single pixel ti/au bilayer tes calorimeter,” *Proc. SPIE* **4851**, pp. 831–841, 2002.
- [30] T.Miyazaki, “Non existent noise,” *Report* , 2003/1/7.